第 65 回定例仁科記念講演会

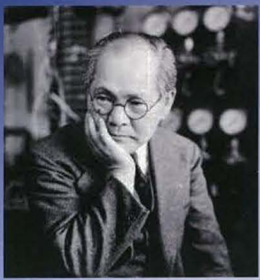
量子ビットの幾何学から重力へ

京都大学基礎物理学研究所 教授
高柳　匡

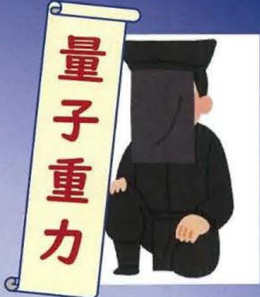
量子重力の条件

東京大学カブリ数物連携宇宙研究機構 機構長
カリフォルニア工科大学フレッド・カブリ冠教授
大栗　博司

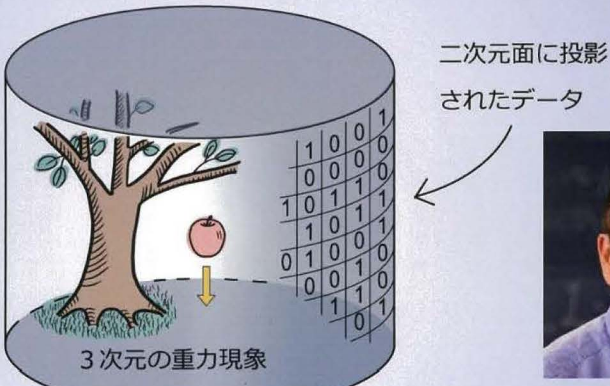
2019 年 12 月



2019年度
仁科記念講演会



日時　令和元年12月6日(金)
15:00～17:15（開場14:30）
会場　東京大学理学部4号館2階 1220室
入場無料
事前申込不要（定員200名）



高柳 匡

大栗 博司

プログラム

挨拶	仁科記念財団理事長	小林 誠
	東京大学理学系研究科物理学専攻 専攻長	山本 智
講演１	京都大学基礎物理学研究所教授	高柳 匡
	「量子ビットの幾何学から重力へ」	
講演２	東京大学カブリ数物連携宇宙研究機構　機構長	大栗 博司
	カリフォルニア工科大学フレッド・カブリ冠教授	
	「重力の条件」	

主催　公益財団法人 仁科記念財団
共催　東京大学大学院理学系研究科 物理学専攻
後援　公益社団法人 日本アイソトープ協会

仁科記念財団ホームページ
https://www.nishina-mf.or.jp/jp

【司会:須藤靖 東京大学大学院理学系研究科教授】

そろそろ時間となりましたので始めさせていただきたいと思います。本日は皆さまお忙しいところ来ていただきありがとうございました。部屋がほぼ満員で、多分 180 人くらいと思いますが、とても嬉しく思います。仁科記念財団は毎年 12 月 6 日の仁科先生のお誕生日に仁科記念講演会というものを開催することになっています。今年は東京大学の理学部で開催することになりましたので、私が司会を務めさせていただきます、東京大学の須藤と申します。よろしくお願いします。 それでは早速ですけれども、最初に、仁科記念財団の理事長でいらっしゃいます小林先生の方からご挨拶をお願いしたいと思います。よろしくお願いいたします。

【挨拶：小林誠 仁科記念財団理事長】

小林でございます。本日はお忙しいなか、仁科記念講演会にお集まりいただき大変ありがとうございます。主催者を代表して一言ご挨拶申し上げます。この仁科記念講演会は仁科記念財団の主催で毎年開催しているものでありますが、本年はここに会場をお借りいたしまして東京大学理学系研究科物理学専攻との共催、また日本アイソトープ協会の後援で開催しております。

本日は最先端の物理について高柳匡さんと大栗博司さんから、量子重力に関してお話を伺うことにしております。講師の紹介は後ほど司会者からございますので、私からは簡単に仁科先生についてのご紹介をしたいと思います。

ただ今ありましたように仁科先生は 1890 年 12 月 6 日に岡山県里庄町にお生まれになりまして本日は誕生日ということになります。仁科先生は東京帝国大学を卒業後 1921 年にヨーロッパに渡られまして、1923 年からはコペンハーゲンのニールス・ボーアのもとで研究をされました。ちょうど量子力学が誕生する前後ということでありまして、コペンハーゲンは当時の研究の中心地であったわけであります。仁科先生はこうした研究の発展を目の当たりにされて 1928 年に帰国されますが、その前後に有名なクライン - 仁科の公式というのを発表されております。これはその年に発表されたばかりのディラック方程式を使って電子と光子の散乱断面積を計算したものでありまして、当時の最先端の成果であったということになります。帰国されたのち、日本の各地で、ヨーロッパで経験された誕生したばかりの量子力学について講義をしてまわられました。京都大学での講義の際には、当時大学卒業前後でありました湯川・朝永両先生を初め、若い研究者の方がその講義に参加しておられたわけであります。理研の仁科研究室には朝

永先生、坂田先生初め若い研究者の方が集まり、日本における原子物理の中心地となったというそういう歴史がございます。こうした歴史を見てみますと、人のつながりというものを強く意識せざるを得ません。もちろん当時と今では情報の伝達の手段もスピードも全く違いますが、それでも直接の対話を通じてのコミュニケーションというものには文献からは得られない意味があるという気がいたします。この講演会もそうした役割を果たすことを期待して私のご挨拶とさせていただきます。どうもありがとうございます。

【司会】

小林先生どうもありがとうございました。

それでは引き続きまして、本日の講演会を共催していただいている東京大学の物理学専攻長でいらっしゃいます山本先生のほうからご挨拶お願いします。

【挨拶：山本智 東京大学物理学専攻長】

ただいまご紹介いただきました物理学専攻の山本でございます。この講演会は仁科記念財団と東京大学理学系研究科物理学教室との共催ということでございますので、共催者を代表いたしまして簡単ではございますけれどご挨拶を申し上げます。まずは本日大変お忙しいなか、高柳先生それから大栗先生にはご講演をお引き受けいただきまして大変ありがとうございます。またお寒いなか本講演会に多くの参加者が来ていただきましてありがとうございます。ざっと見回すと本学の学生さん、あるいは大学院生の方も数多く来ておられるようで大変嬉しく思っております。本日は二人の先生の量子重力理論に関するご講演をいただきますが、物理学の最先端というものをぜひ楽しんでいただければというふうに思っております。

さて、物理学専攻では文科省が始めました卓越大学院プログラムのなかで先端物理数学卓越大学院プログラムというのを本年度から開始することになりました。これは村山斉先生がリーダーとなりまして、日本における大学院の良いところと米国における大学院の良いところとを合わせて先端的研究を行うとともに様々なキャリアパスを広げていくということを考えておりまして、大変意欲的なプログラムになっています。そのプログラムをつくる過程で、村山先生が何度も何度も紹介されていた一つのエピソードがございます。それはまさに高柳先生のことでございまして、高柳先生と笠真生先生が UC

サンタバーバラで一緒に食事をしている時にエンタングルメント・エントロピーに関する公式を着想されたということを言っておられました。素粒子分野の高柳先生と物性物理分野の笠先生が、分野を超えた結びつきで新しい世界を切り開かれた—こういうことがもっともっと起こるといいということを盛んに言われていて、私もそれは非常に心に残っています。考えてみますと、学問分野というのは近年そうですけれども、どんどん高度化しています。そしてかつ細分化していく傾向にございます。その中にありまして、異分野の交流、あるいは隣どうしの交流ということが段々少なくなっているようにも思えます。これは私自身も大変反省しているところでございますけれども、その中にあってこのような講演会は一人一人のスコープを広げ、また新しいモチベーションやインスピレーションをもたらすまたとない機会になると思っています。

本日は二人の素晴らしい講演者をお迎えしておりますので、ぜひ活発なご議論をお願いしたいというふうに思います。最後に、この講演会を企画していただいた小林先生を初めとする仁科記念財団のご関係者、そして本教室の須藤靖教授に感謝をいたします。以上をもちまして私の挨拶とさせていただきます。本日はどうもありがとうございます。

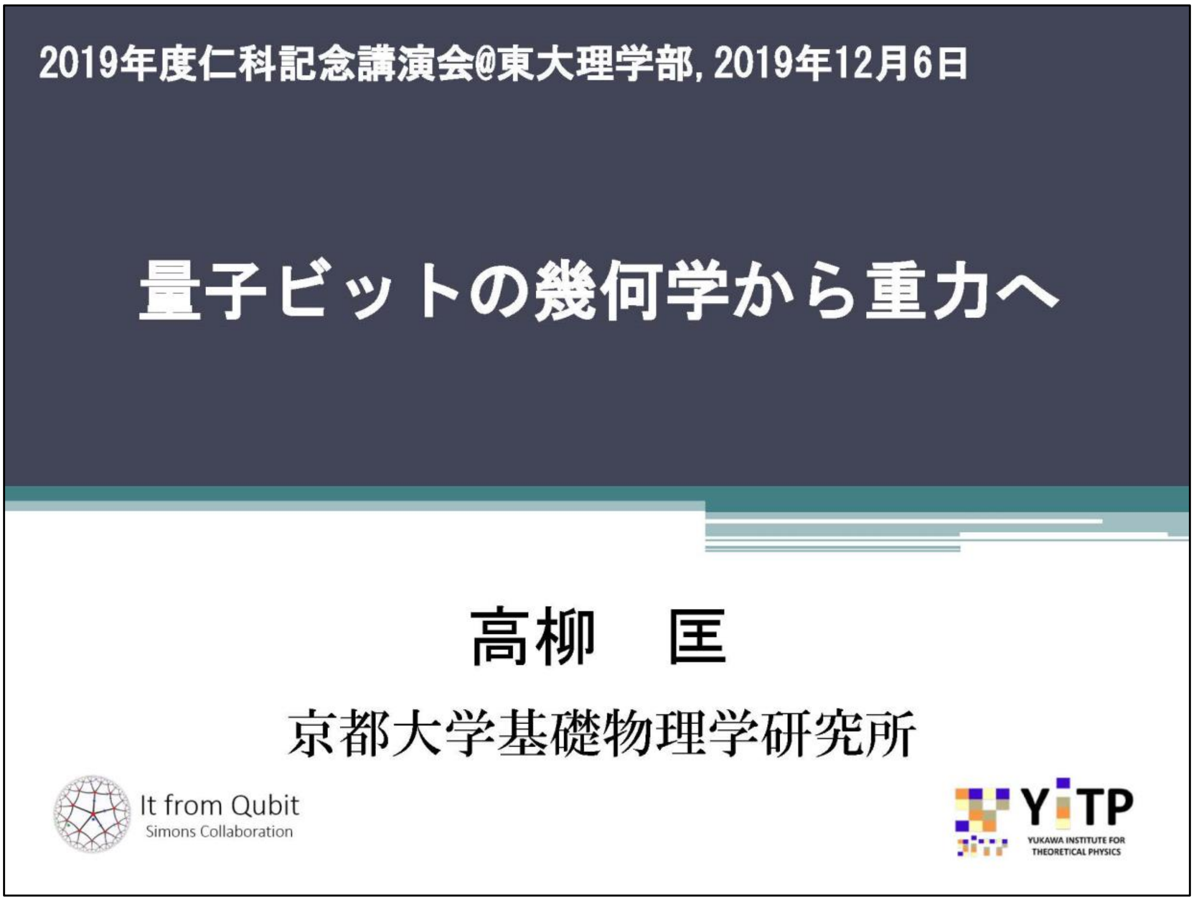
【司会】

山本先生どうもありがとうございました。

【司会：高柳先生のご略歴】

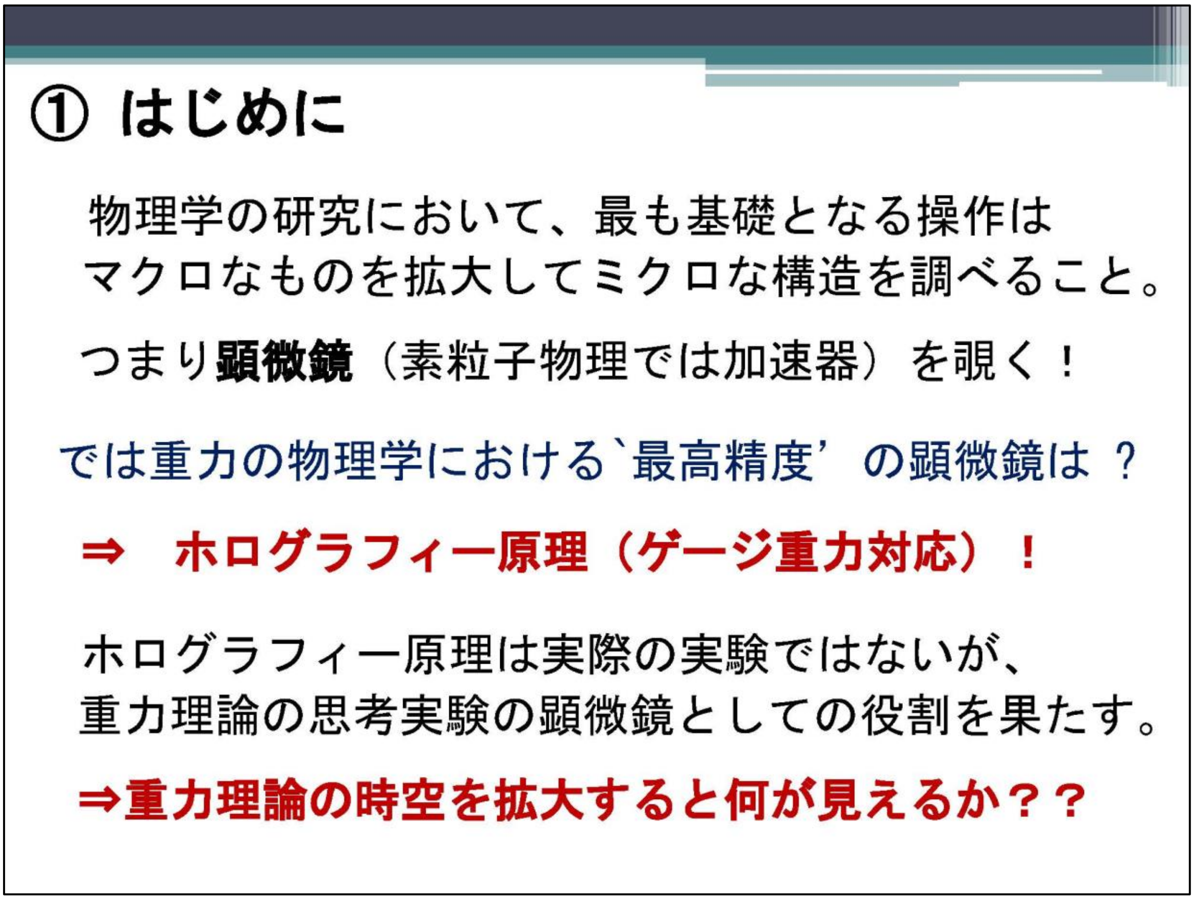
それではさっそく高柳先生のご講演に移らせていただきたいと思います。

高柳先生は本学の物理学教室を卒業されて学位を取られました。その後 2002 年にハーバード大学、2005 年にカリフォルニア大学サンタバーバラ校で博士研究員をされています。その後 2006 年から京都大学の理学研究科の助手（後に助教に改称）、2008 年からは東京大学の数物連携宇宙研究機構（IPMU）の特任准教授になられ、2012 年からは京都大学の基礎物理学研究所の教授をされています。数々の受賞をされているのですけれども、2011 年には第 4 回湯川記念財団木村賞、2013 年には第 28 回西宮湯川記念賞、2014 年には New Horizons 物理学賞、2016 年には先ほどの笠先生との公式で仁科記念賞を受賞されています。それでは高柳先生どうぞよろしくお願いします。



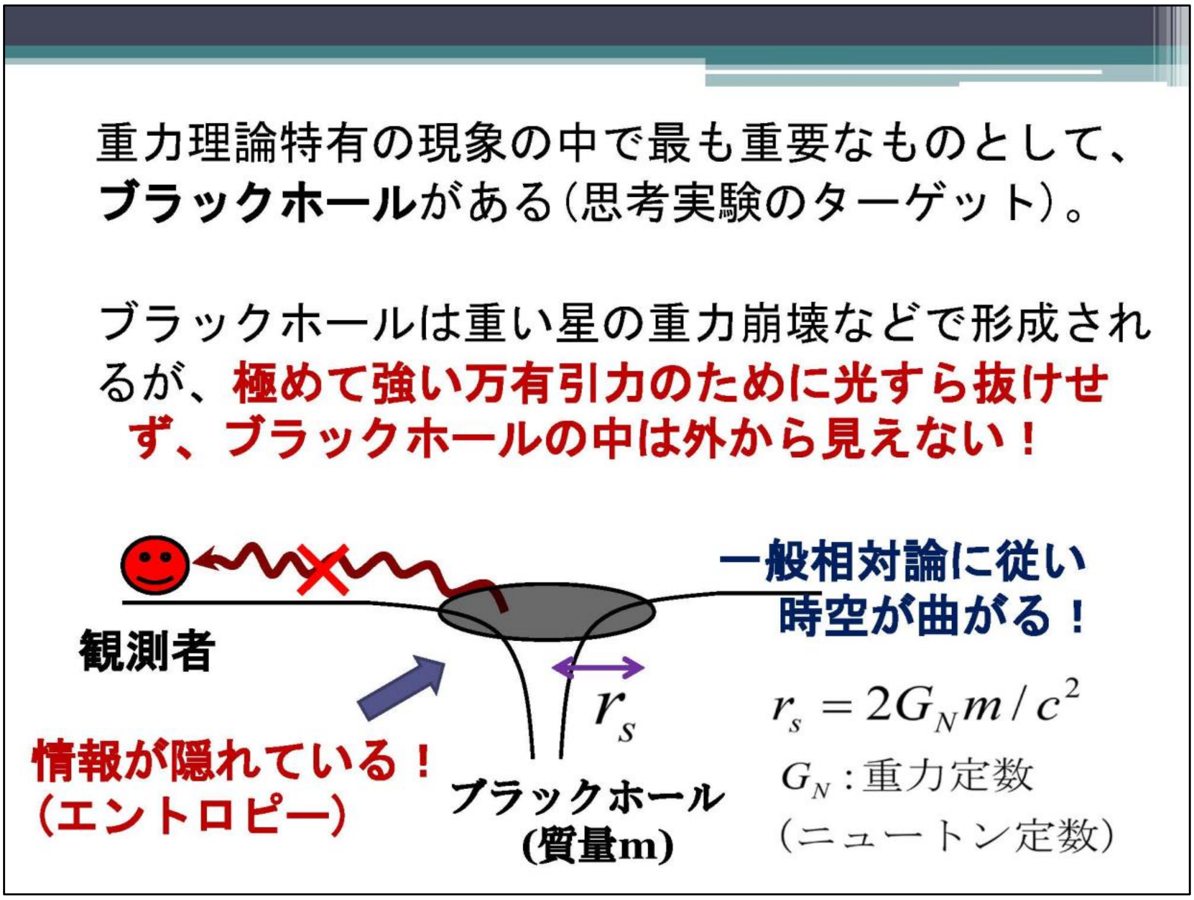
スライド 1

ご紹介どうもありがとうございます。京都大学基礎物理学研究所の高柳です。今日は仁科先生のお誕生日という特別な日に歴史のある講演会でお話しする機会を与えていただきまして本当にありがとうございます。私は素粒子論の超ひも理論を研究しているのですが、私の講演ではその分野で最近大きな話題となっているホログラフィー原理、ゲージ重力対応、それから量子情報理論への関わりという話についてご紹介させていただきたいと思います。タイトルは「量子ビットの幾何学から重力へ」です。量子情報の考え方から重力の幾何学が出てくる、そういうお話をさせていただきたいと思います。



スライド 2

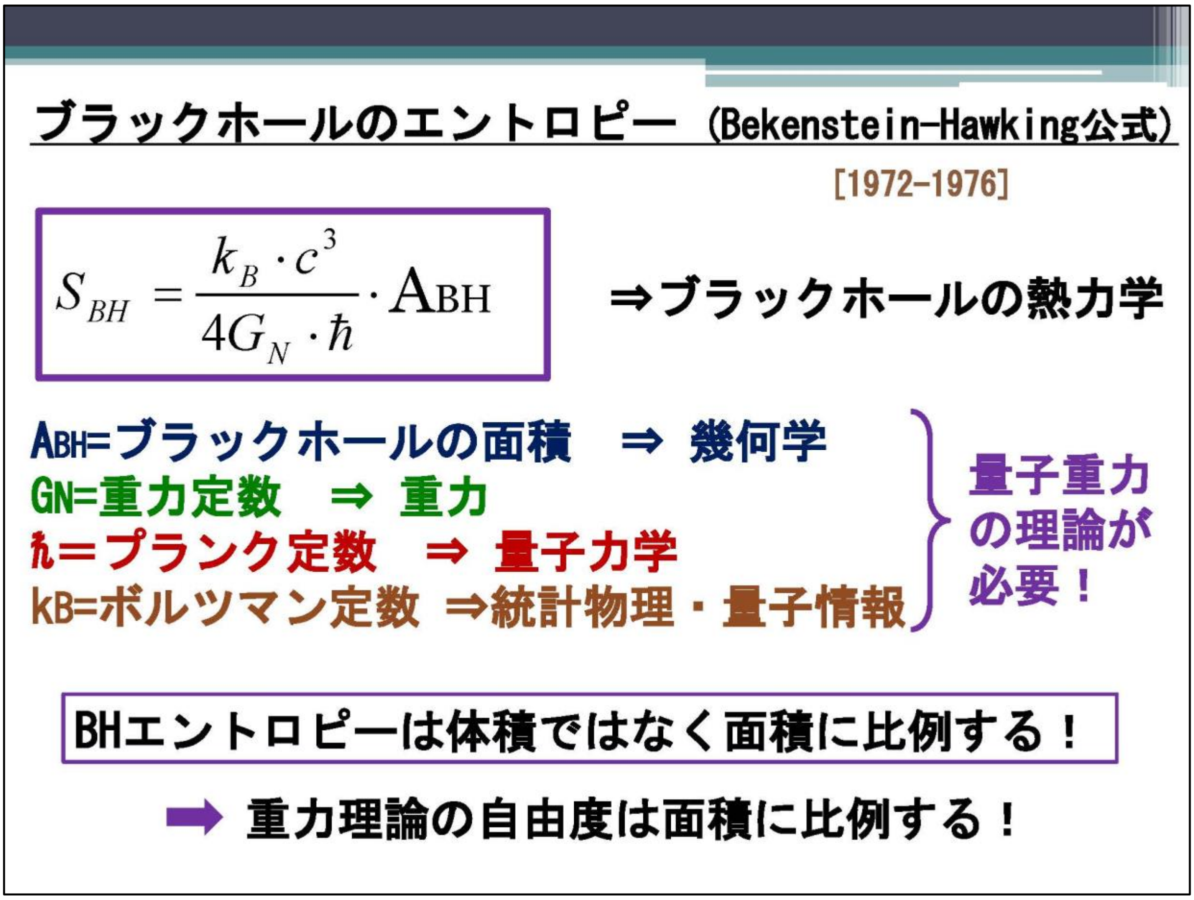
まず簡単な話なのですが、物理学の研究をしていきますと、一つの基本的な考え方があって、ものを細かく分けていく、マクロなものを細かく分けていく、例えば素粒子論なんていくらでも分けていって最小の単位は何かなというのを探っていく学問なわけですが、そういう意味で顕微鏡というのが重要な役割をします。素粒子物理では大型な加速器を使って細かく分けていくというわけです。そこでちょっと考えてみたいのですが、では、「重力の物理学に関しては、どんな顕微鏡があるか」—できれば最高精度の顕微鏡を使いたい。そういうことを考えると、私は理論家で、実験家ではないので、望遠鏡を覗たりということを考えているわけではなくて—私としてはこれに対する答えは、理論的に考えると「ホログラフィー原理」ではないかと考えます。もしくは「ゲージ重力対応」というふうに呼ばれています。後で内容について詳しくお話しさせていただきたいと思います。このホログラフィー原理というのは実際の実験ではありませんが、「重力理論の思考実験」として重要な役割を果たします。実際にこれを使って重力理論をどうやって拡大していくか、時空を拡大していくと何が見えてくるか、そこで見えてくるのがタイトルにありました量子ビットとか量子情報といったミクロな世界です。



スライド 3

この重力理論を考えるときに非常に重要なターゲット、非自明なターゲットなのですが、でも一番その中で簡単なものというのが「ブラックホール」です。ですから思考実験のターゲットとしてブラックホールは重力の量子論を考えたときにいつも出てくるものです。皆さんご承知のように、ブラックホールは重い星の重力崩壊などで形成され、重力波などで観測されているわけですが、非常に強い万有引力、重力のために光ですらそこから抜け出すことができない、だからブラックホールの中は外側の人からすると見えないという意味でブラックホールと古典的には言われているわけです。これがブラックホールの地平面、horizon と呼ばれているところです。一般相対性理論に従って時空が曲がって観測者はここから出てくる光を観測することができない。このブラックホールの半径 r_s を Schwarzschild 半径と呼びます――一般相対論の授業などで勉強すると思いますが―この G_N というのは私の講演でたびたび出てきますが、一番基本的な重力の定数、重力定数、ニュートン定数です。m というのはブラックホールの質量で、c は光の速度というふうになっています。こういうブラックホールがあるのですが―外の人から見ると、もともとは普通の星が崩壊してできたと思うと、星の中にはいろいろな情報があります。例えば粒子が何個あったとか、例えば動物が棲んでいたとか何でもいいの

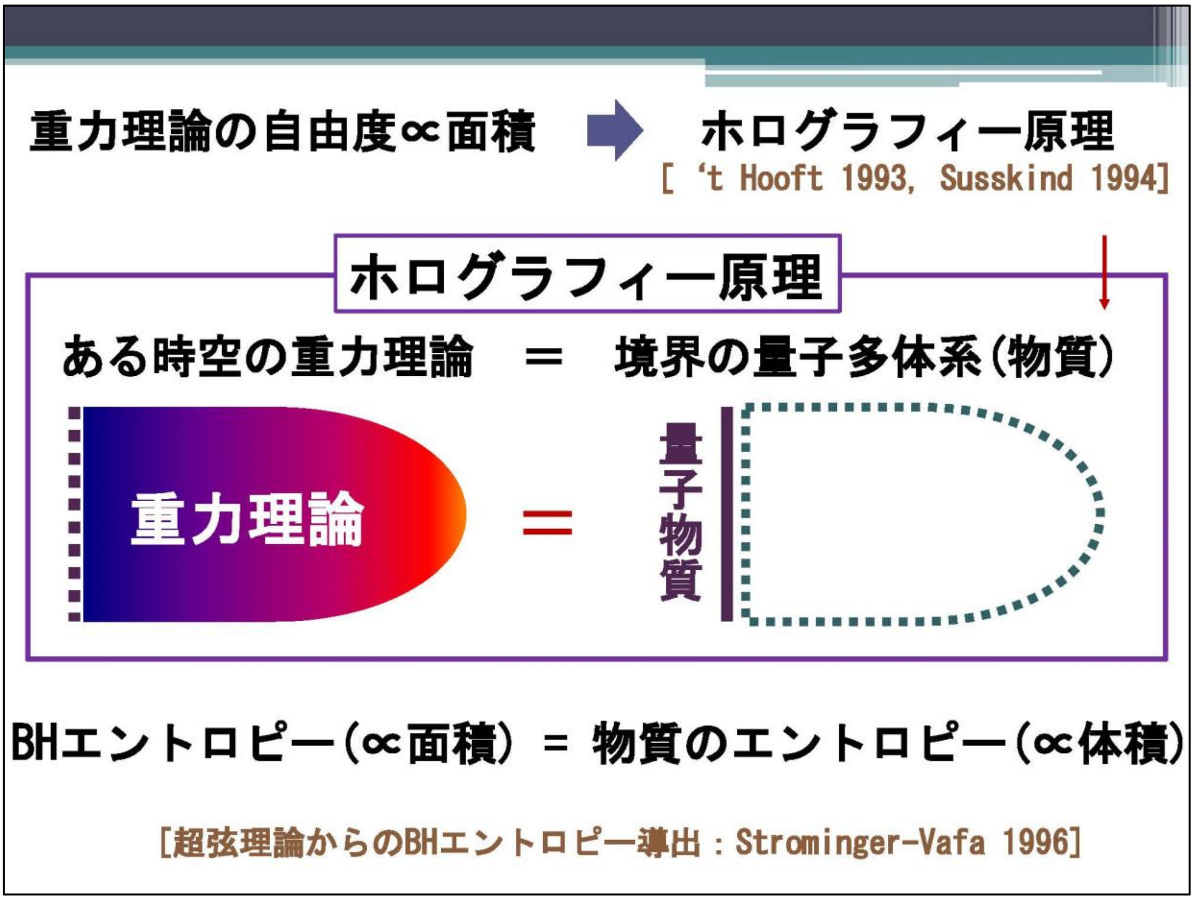
ですが、そういう情報がいったんブラックホールになってしまうと、なくなるわけではないのですが、外の人からすると見えなくなってしまう。そういう意味で「情報が隠れている」ということになります。



スライド 4

物理ではそういう抽象的なことを言わないで全部「量」に直します。そういった隠れた情報量、ミクロな情報量というのを我々は「エントロピー」と呼びます。そういう意味でブラックホールにはエントロピーがあると推測されるわけですね。それを定式化したのが有名な Jacob Bekenstein さんと Stephen Hawking さんですね。これが 1970 年代になされてきた仕事で、有名な公式があります。これは「Bekenstein-Hawking の公式」、ブラックホールの公式です。S_{BH}というのはブラックホールのエントロピーという意味です。これに出てくるいろいろな定数があります。k_Bというのはボルツマン定数ですね。ですから統計物理と関係があるとなります。もっと言うと量子情報とも関係してくる。あと $\hbar$ というのはプランク定数ですね―だから量子力学と関係して、さっきも出てきました重力定数 G_N、これは重力と関係しています。最後に出てくるのが一番大事なのですが面積ですね。「ブラックホールの表面積、ブラックホールの体積ではなくて

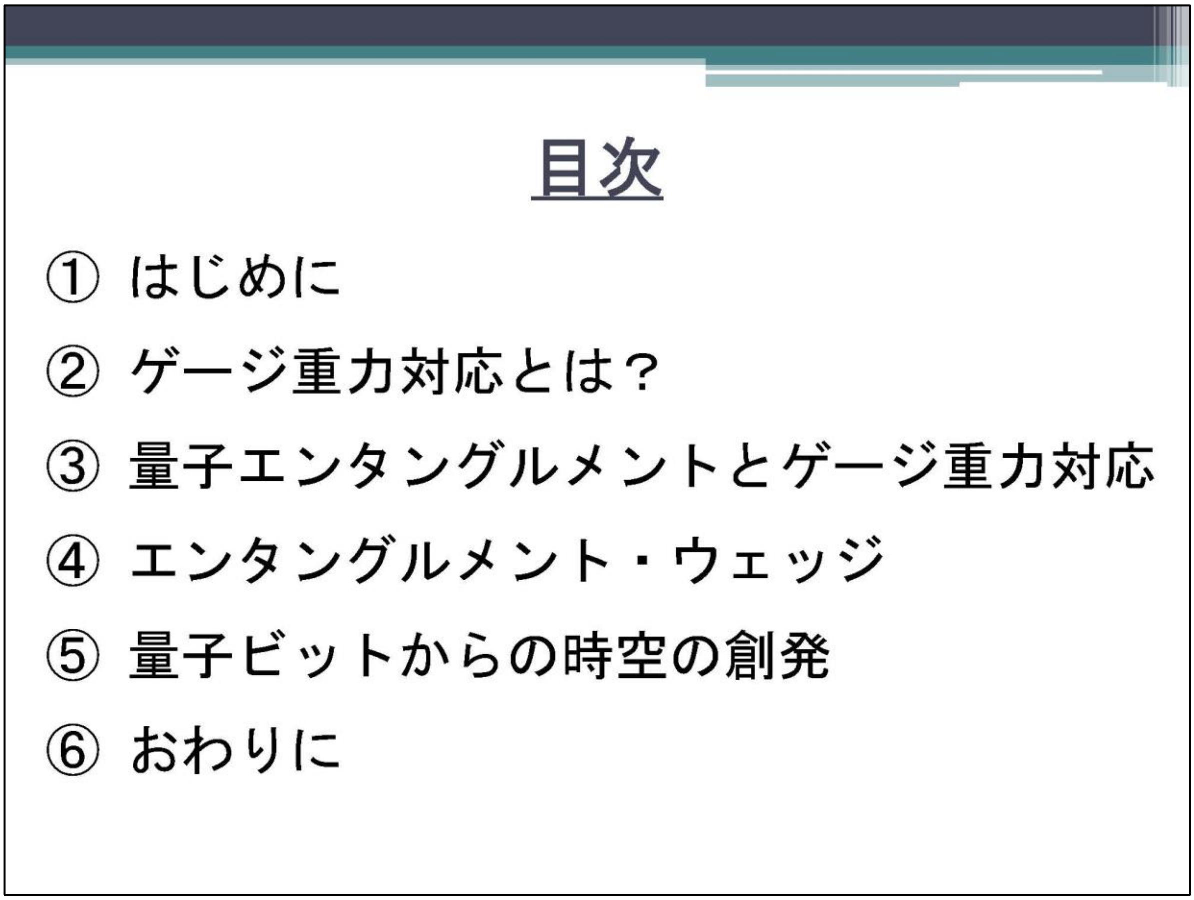
表面積が出てくるところが非常に重要」です。それでエントロピーを持っているということから、温度というのも出てきます。それは Hawking 輻射というもので黒体輻射と同じ現象が起きるということが分かり、温度を持っていることが分かるのですが、そういった形で熱力学が出てきます。それをブラックホールの熱力学と言います。ただこれは非常に不思議な形をしています。普通熱力学だとエントロピーとかエネルギー、そういった量は示量的な量なので体積に比例しているはずなのですが、面積に比例してしまいます。考えてみますといろいろな定数がここに出てきています。ということで、このすごくミステリアスな公式を理解しようとすると、どうしても幾何学・重力・量子力学・統計物理や量子情報、こういった全部のアイデアをひっくるめて、まとめた理論を創らない限り理解できないのではないか―そういった理論を「量子重力理論」と呼んでいます。



スライド 5

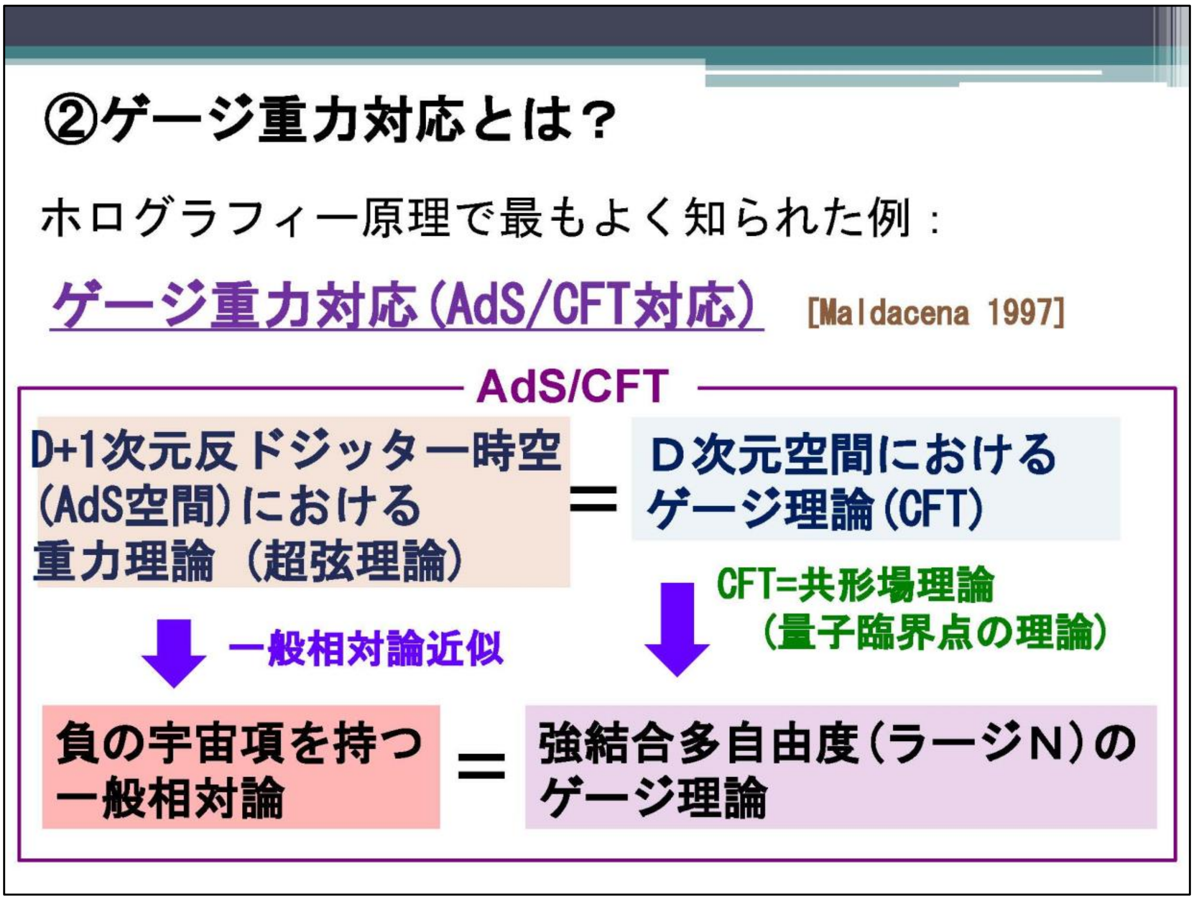
先ほども言いましたが「ブラックホールのエントロピーは体積ではなくて面積に比例する」というのは非常にポイントで、これはどういうふうに解釈したらいいかというと、重力理論の自由度、重力理論というのは非常にミステリアスな理論ですから、こういう

のを真面目に受け取らなければいけないわけですけど、自由度というのは面積に比例している。体積ではなくて面積に比例している。「それを原理だと思って真っ向から考えたのがホログラフィー原理」というものです。Gerard 't Hooft と Leonard Susskind が 1990 年代に考えられたものです。これはどういうものかといいますと、ここにスケッチがありますが、重力の理論というのをある空間、時空、ある宇宙で考えます。そこに境界があるとします。時間方向を含んでいる境界。そういう重力理論というのは実はこの境界の上に棲んでいるなんらかの量子論、ちょっとここ曖昧に言っていますが量子多体系、後で具体的な例が出てきますが、ある量子系、ここには重力は入っていません。境界ではなく内部の空間に重力が入っています。だから重力というのを消すことができるかもしれない、そういうことを示唆しています。それが原理。だから物質と重力が対応するというわけです。例えばこれを見ると、さっきのエントロピーを思い出します。エントロピーはこっちで見ると面積に比例していました。ですが、ここを project する、ある意味で射影するのですね。一次元方向に。「なので、ホログラフィーという名前がついています」が、そうすると次元が一つ変わるので面積だと思っていたものは体積に変わります。そういう意味で物質のエントロピーは体積に比例しますから辻褄が合うと、そういう考え方をします。これをひも理論に適用して、ひも理論からブラックホールのエントロピーを境界の物質の理論で出すということを最初にしたのが Andrew Strominger - Cumrun Vafa の有名な仕事です。1996 年、そういう形でブラックホールのエントロピーをひも理論のミクロな重力理論から理解することができる—そういう話をどんどん膨らませていくのがこれからのお話です。



スライド 6

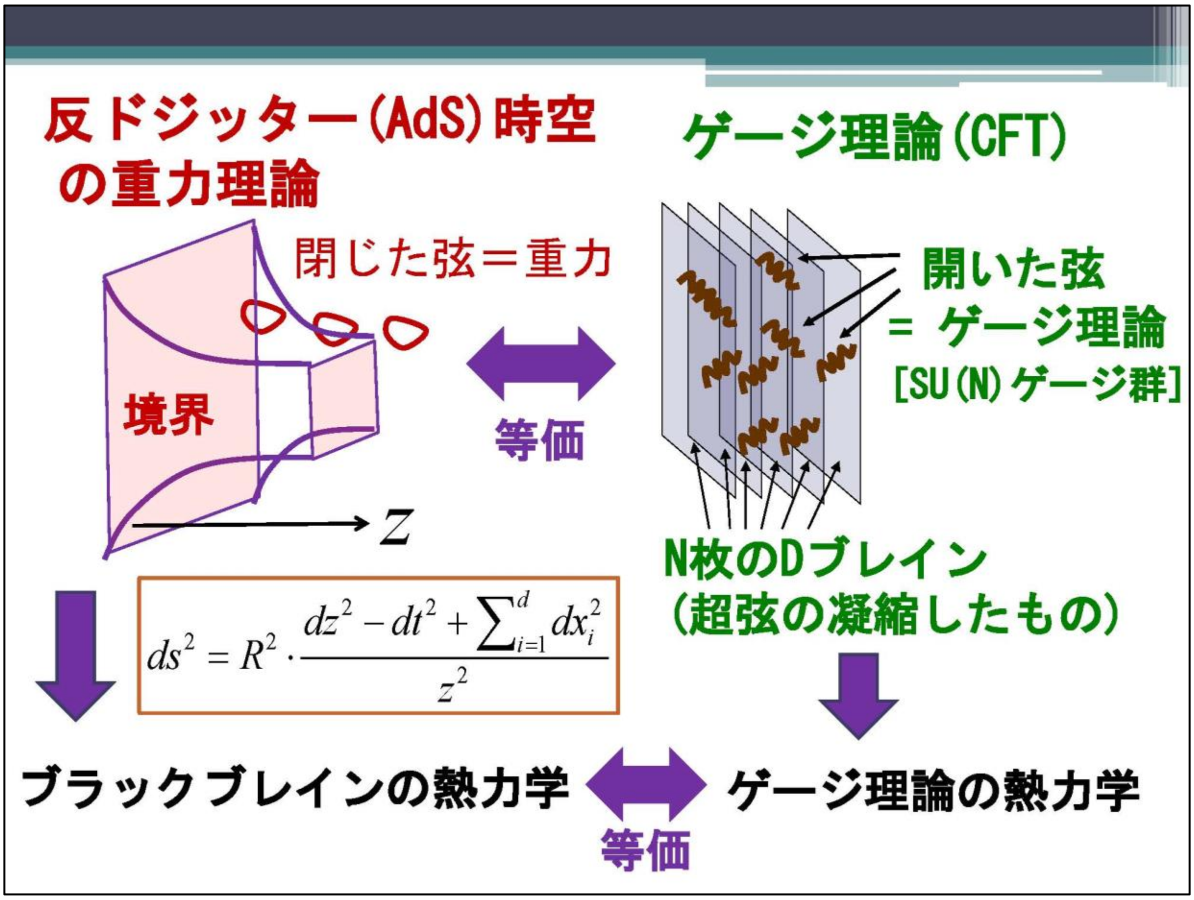
私の講演はこのような形で、目次をこういうふうにさせていただきたいと思います。今イントロダクションを軽くさせていただきましたが、ホログラフィー原理の具体例であるゲージ重力対応について詳しくご説明させていただきたいと思います。それから、本講演のテーマである量子情報、量子もつれですね、量子エンタングルメントとこういった重力の話、あとちょっと最近の話題でエンタングルメント・ウェッジというものがあってそれについてご紹介したい。最後に、ひっくるめてみるとどういうことか、というと、実は量子ビット、量子情報から時空が創発しているように見える—そういう話をして終わりにさせていただきたいと思います。



スライド 7

それでは「ゲージ重力対応」の話をさせていただきたいのですが。「ホログラフィー原理」というのは先ほど述べさせていただいたように非常に大雑把というか、非常に概念的なものなのですね、哲学的なものです。ですが、それを具体的に例で調べないと物理にならないのですが、それの非常にいい例がゲージ重力対応、もっと専門的には「AdS/CFT 対応」と呼ばれています。これは「Juan Maldacena が 1997 年に発見」したものなのですが、AdS というのはここにあります反ドジッター時空です。負の宇宙定数を持った、負の曲率を持った宇宙ですね。CFT というのは何かというと、共形場理論と専門用語で言いますが、物性物理で出てくる量子臨界点の理論、臨界点付近の理論、もしくはギャップレスな理論ですね。すべての粒子が質量が 0 である、そういう理論です。特にそこでしばしば出てくるのがゲージ理論ですね。QCD、QED といった理論はゲージ理論の代表例です。「AdS/CFT 対応」、「ゲージ重力対応」というのがなにを言うかといいますと、さっきのホログラフィー原理のように次元を変えるのですね。D+1 次元の反ドジッター空間、AdS 空間と略します、Anti-de Sitter space、における重力の理論—本当は量子重力だからひも理論を考えないといけないのですが—それとゲージ理論、１次元低い D 次元、境界に棲んでいる D 次元のゲージ理論とが等価になる。それ

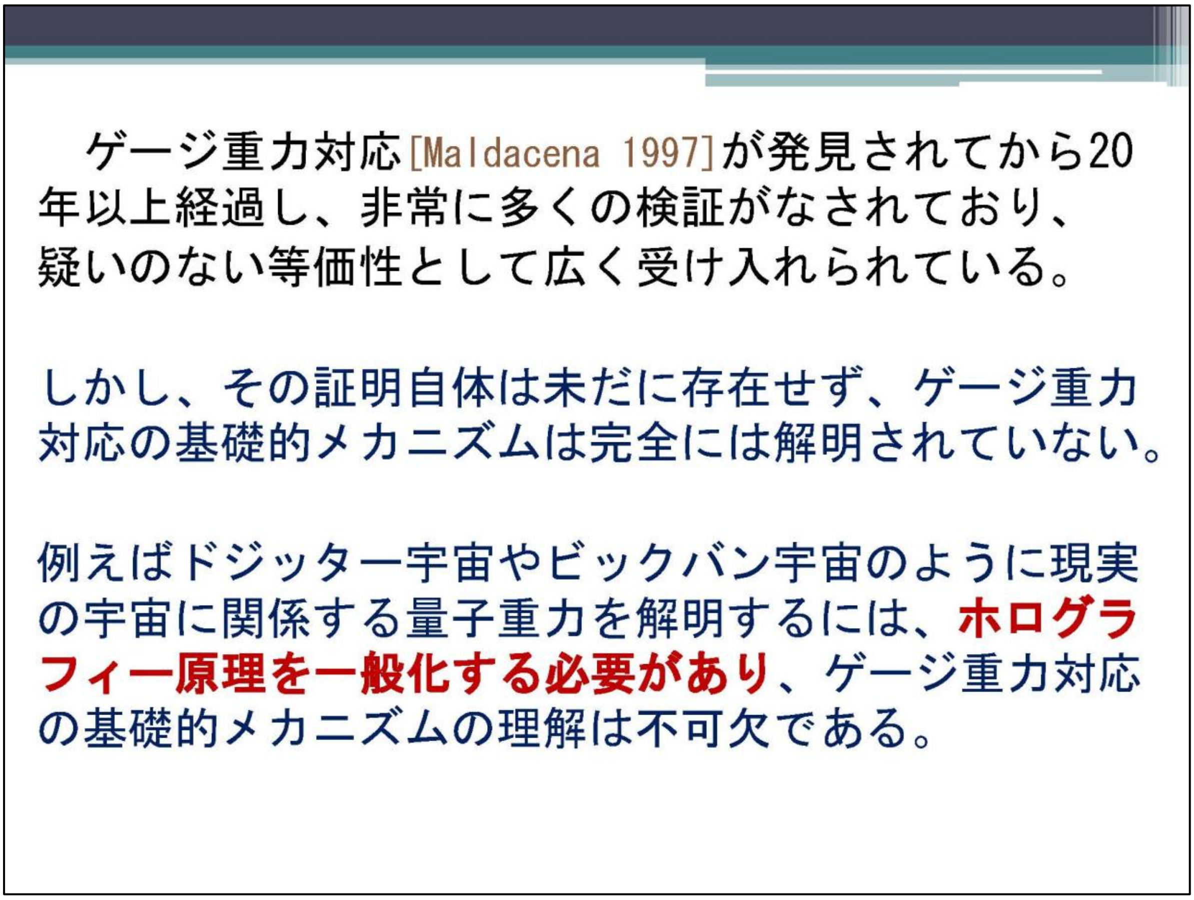
が AdS/CFT 対応、ゲージ重力対応の主張です。ただ、簡単化する、一般に量子重力はなかなか解くのが難しいので簡単化して一般相対論で近似したとします。低エネルギーに行くと相対性理論が使える場合が多々あります。そうすると単に負の宇宙項を持った一般相対論になります。こちら（右）側はどうなるかといいますと、ちょっと特別な極限をとらないといけないですね、こちら（左）もとっていますけど。どういうことかといいますと、この共形場理論というのが自由度が非常に大きい、専門用語だとラージ N といいますが、非常に自由度が大きい理論で、かつ結合がすごく強い、すごく強く相互作用している、そういう理論になります。それと、例えば一般相対論が対応すると、こういった関係性に落ち着きます。



スライド 8

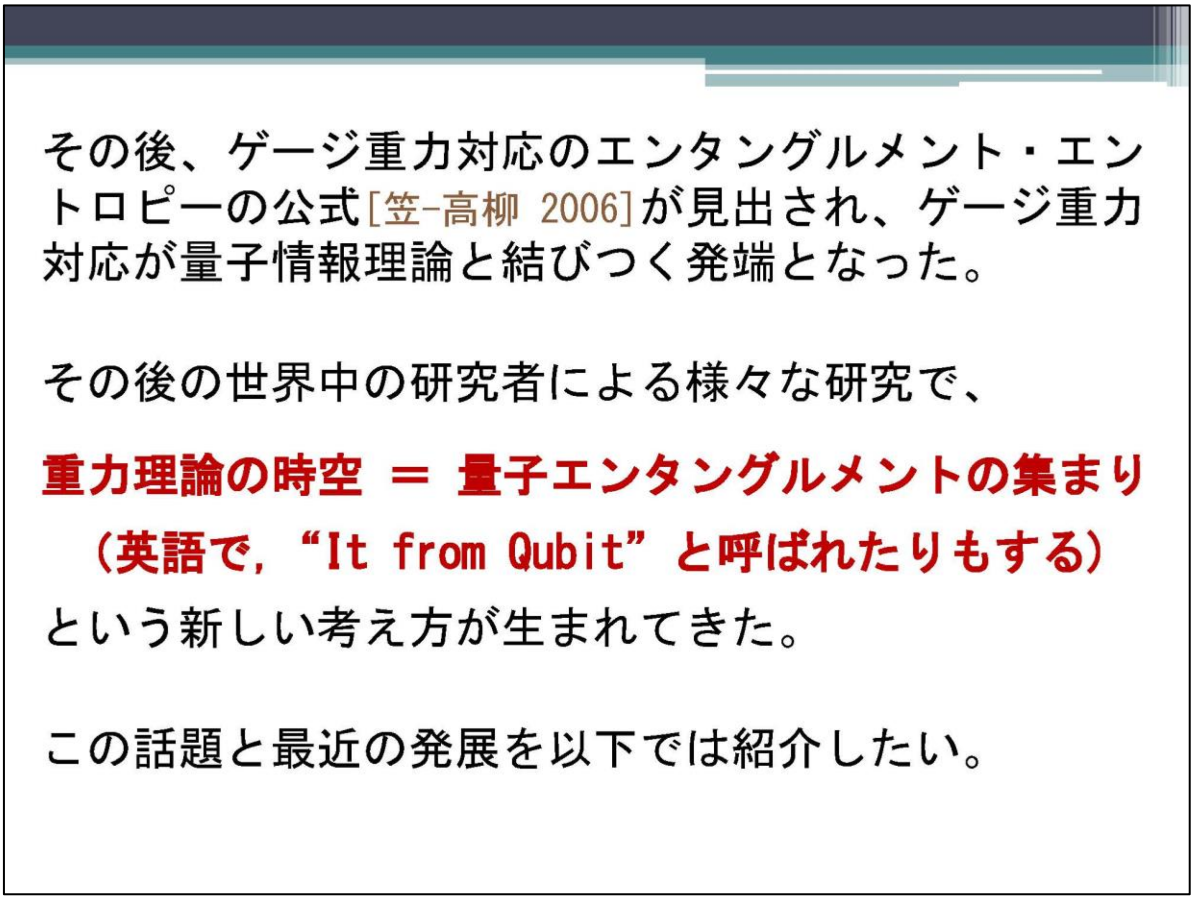
このゲージ重力対応というのがどうやって出てきたかというのを、ちょっと絵で描いたのがこれなのですが、これはもともと Maldacena がゲージ重力対応を発見した時の考え方なのですが、ひも理論でブラックホールみたいなのを考えたいのですね。ブラックホールというのは非常に重いものです。非常に重いものをひも理論の立場で考えようとすると、つまり量子重力で考えるとすると「D ブレイン」という、専門用語ですが、

候補があります。これはひもが本当に凝縮したもので、非常に重いものです。これをたくさん集める。そうすると間にもひもが飛ぶようになるのですね。間に飛んだひもというのは—ひもには２種類あって、両方に二つ端っこがあるひも、こういうのは「開いたひも」と言います（ひも理論というのは点粒子ではなくてひもが一番ファンダメンタルな素励起であると考えるということなのですが）ひもには２種類あって、両端があるやつですね、それは開いたひもと呼ばれていて、端に電荷を与えることができるので、「ゲージ理論」になります、電荷を帯びた理論、電気の理論、たとえばマックスウェル理論とか QCD のような理論になります。ですが、重いものというのは一般相対性理論に基づくと時空を曲げますね。そういうふうに曲がった時空で置き換えることができる。ブラックホールのときもそうです。曲がった時空だとどういう時空が出てくるかというと、うまくこれを選ぶと先ほど説明しました反ドジッター時空というのが出てきます。式で書くとこういう式になります。この Z というのが余分な方向、extra dimension と呼ばれていて、残りの方向は普通に平坦なミンコフスキー空間、平坦な時空、それが Z 方向にワープしていって、段々$1/Z^2$に比例してつぶれていきます。こういう時空になる。こちらではブレインというのはもうないので完全に「閉じたひも」、閉じたひもというのは右向きと左向き両方動くことができて二つ自由度があってスピンが 2、で「重力子」が出てきます。重力が出てきます。そういう意味で重力の理論とこういうゲージ理論が対応する—それが AdS/CFT 対応の非常に簡単な説明なのですが、もう一回思い出すと、こちら側は何かというと「ブラックブレイン」と呼ばれています。ブラックホールというのはもちろん点状のものです。点状に重いものがブラックホールを作ります。それがある空間方向に延びているのをブラックブレインといいます。高次元のブラックホール。そのブラックブレインの熱力学は先ほどと同じようにエントロピーの公式とか Bekenstein-Hawking の公式などがあります。その熱力学というのは何かというとこちらで見るとゲージ理論、QCD とか、N というのはゲージ群のランクです、N を大きくとったりするのですが、そういったゲージ理論の熱力学に対応するということになります。これがゲージ重力対応のスケッチです。



スライド 9

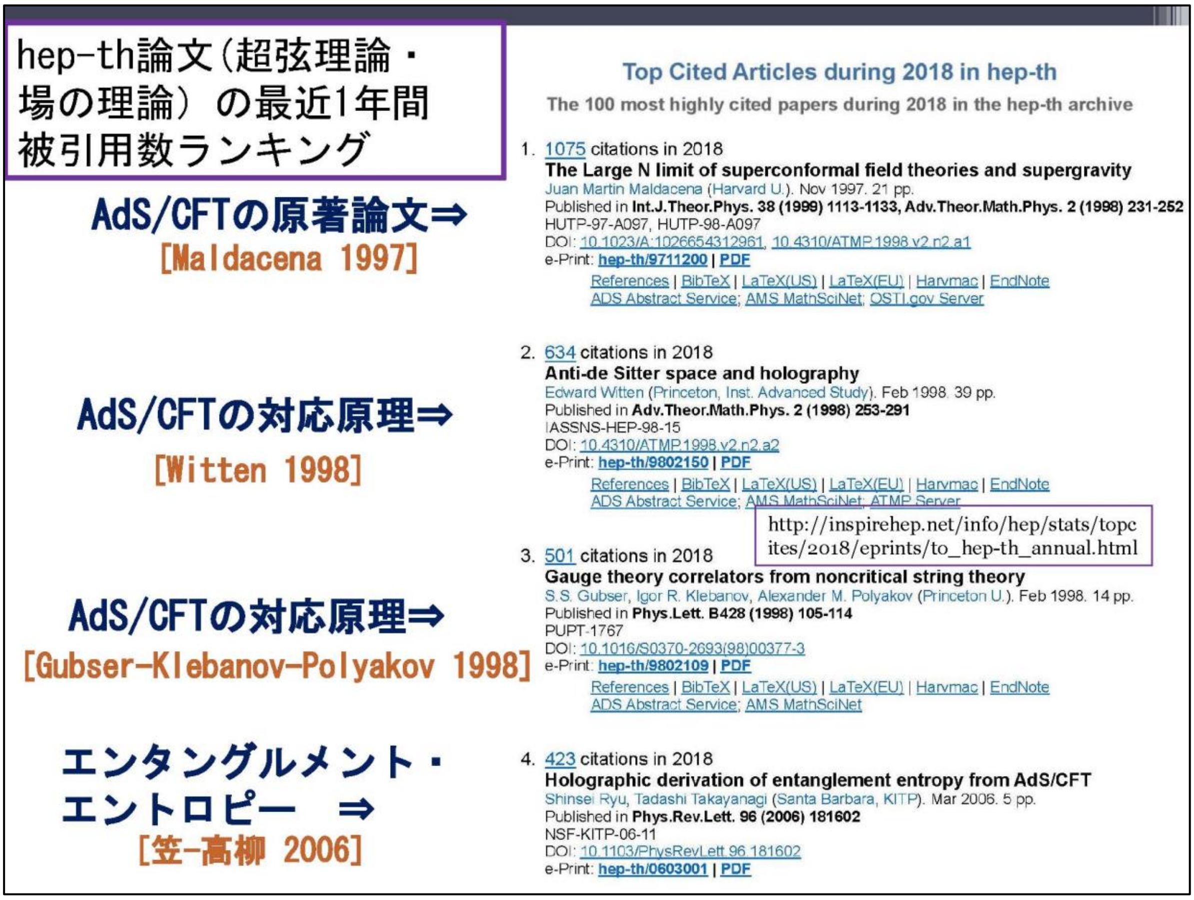
このゲージ重力対応というのは発見されてから 20 年以上すでに経過しています。ものすごく多くの検証がなされていて、疑う余地ない状況、疑う余地のない等価性として広く受け入れられています。ですが、実際にそれをきちんと証明しようとしたときに、証明ができているかというと、きちんとした証明は未だに存在していません。そういう意味でゲージ重力対応の基礎的なメカニズムはまだまだ理解されたとは言えない状況です。ですが例えば使えるからいいじゃないか―確かにそれもそうなのですが―もっと広げた話をしたい、「例えばもっと現実的な宇宙ですね、膨張している宇宙、ドジッター宇宙とかインフレーションとか、例えばビックバン宇宙、ビックバン特異点どうするかとか、そういった現実の宇宙に関係する量子重力の問題を解明しようとすると、今の話だけでは不十分です。」そういったところで、ホログラフィー原理自体を一般化する必要があって、そのためには基礎的な原理をきちんと理解していくことが必要ではないか―こういう基礎的な話を考えるのは非常に意義があることなのです。



スライド １０

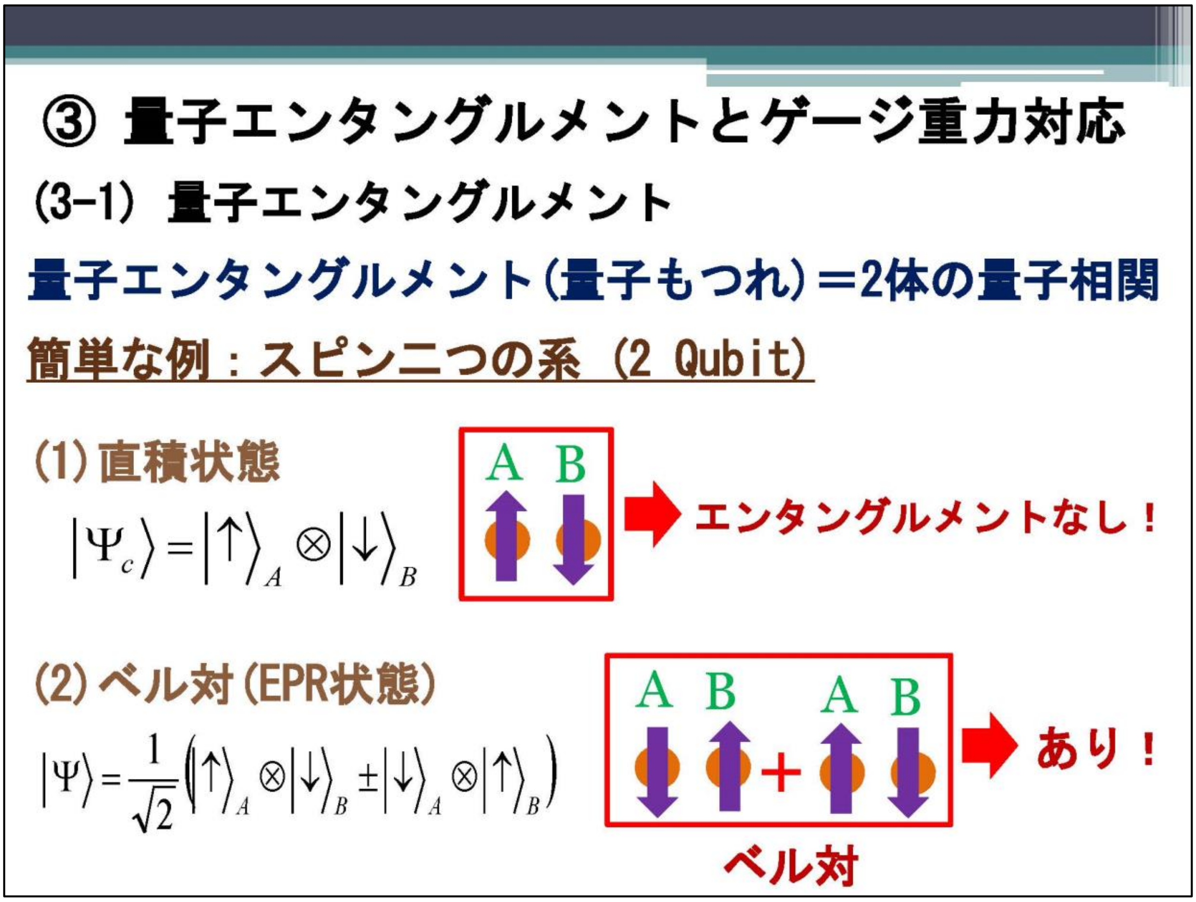
それでちょっと我々の話になりますが、その後私と、先ほどご紹介いただいて非常に恐縮なのですが、笠真生さんとの共同研究で、ゲージ重力対応を使った「エンタングルメント・エントロピーの計算」というのを後でご紹介させていただきたいと思うのですが、我々そういうのを見出しまして、それでですね、「ゲージ重力対応が量子情報という一見違う理論と結びつく」という発端になりました。それから非常に驚くようないろいろ発展がありまして、多くの研究者がその貢献に関わっているのですが、最近ではですね、「重力理論の時空というのは、先ほど言いました顕微鏡のようなもので覗くと、実は量子エンタングルメント、量子もつれの集まりと解釈できるのではないか」、そういう考え方が出てきています。英語では ”It from Qubit” と呼ばれて、アメリカを中心とした共同研究がありまして私もちょっと参加しているのですが、ちょうどいまそういうミーティングが実は行われているところなのですが、そういう新しい考え方ですね、「Qubit、量子ビットからどんなものも生まれる、宇宙も生まれる」、そういったような考え方が出てきています。

この話題と最近の発展を以下では紹介させていただきたいと思います。



スライド １１

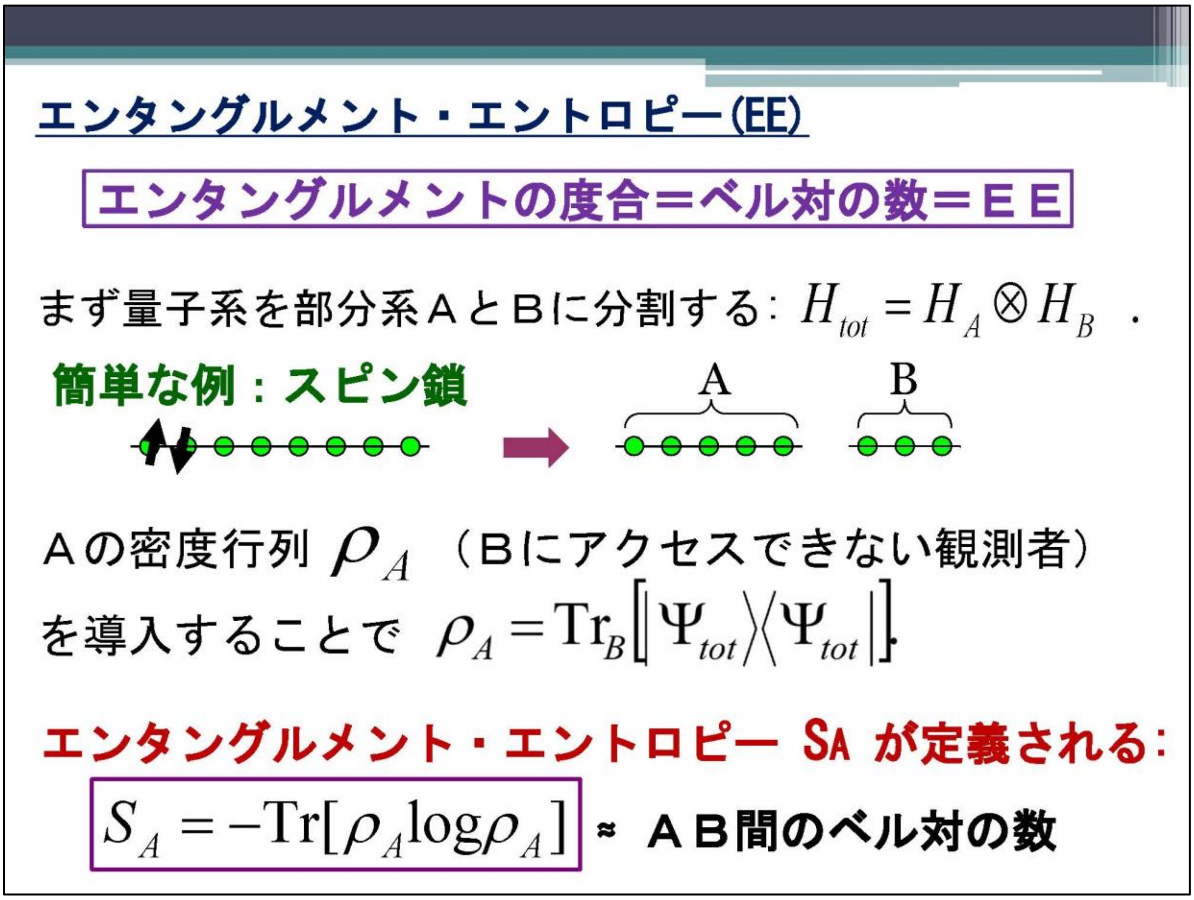
こういった話が非常に最近盛んになっているというのはデータから見ても分かりまして、例えばですね、我々 hep-th（high energy physics-theory）という分野に属しています。ひも理論とか場の理論の分野で例えば１年間に、2018 年ですけれど、INSPIRE のデータベースでどれだけ引用されたかというのをランキングを見てみると、1、2、3 と AdS/CFT の基礎的な文献です。１番目が Maldacena の論文、次は GKPW、Steven Gubser-Igor Klebanov-Alexander Polyakov と Edward Witten の AdS/CFT でどうやって相関係数を計算するか、そういうのを対象にした非常に重要な論文で、それで実は４番目は我々の論文がくるのですが、こういう形でこういったアイデアの研究というのは非常に盛んになってきています。これでゲージ重力対応に関するイントロダクションは終わりにさせていただいて、量子エンタングルメントとゲージ重力対応という本題に入っていきたいと思います。



スライド １２

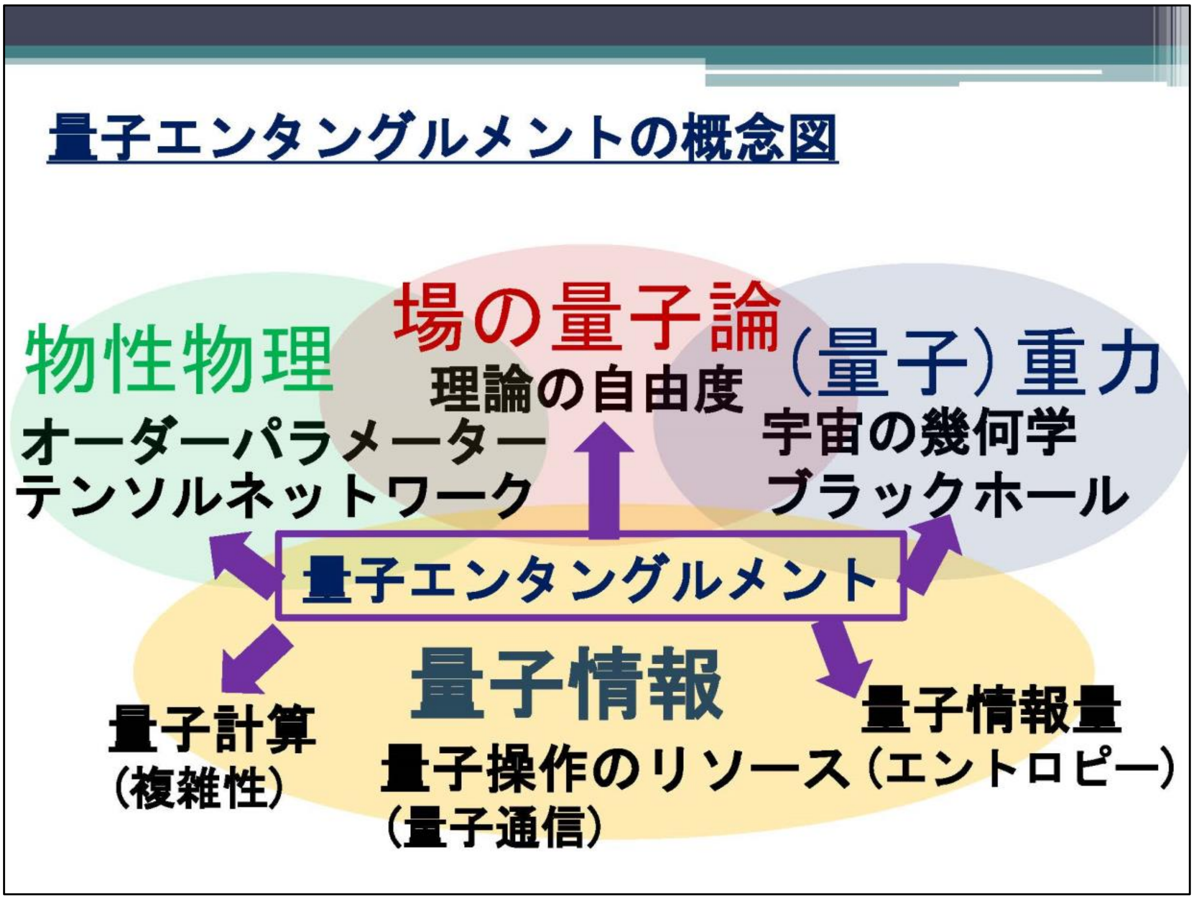
「量子エンタングルメント」というのは何かといいますと―量子エンタングルメントというのは日本語では量子もつれとか、もつれあいとか言いますが、これは量子的な意味での、ミクロな意味での２体の強い相関を意味します。それを簡単な例で見てみましょう。これ量子系でスピンがある場合ですね。up-down のスピンがある。電子のスピンだと思ったら―２つ電子がある場合。１つだと面白くないのですけれど、量子力学の特徴として、重ね合わせという現象があるのですが、その重ね合わせをうまく利用して２つの系だと面白いことが起きる。１つ目はですね、スピンが上を向いているのと下を向いているのとの２つスピンがあります。１つが上を向いてもう１つが下を向いているとしましょう。そうすると単に直積状態になります。だからこれは実は面白くない状態で、例えばＡとＢで相関はないですね。例えばＡが上だと思ってもＢが下だということは完全に独立の話になっていると。Ａを測定しても別にＢと関係ないですね。こういうときは、ある意味古典的な状態でエンタングルメントというのはない、もつれていないというふうに言います。一方、もつれている代表例が 「ベル pair」、「ベル対」と呼ばれている、あと「EPR 状態」とも言います。Albert Einstein - Boris Podolsky - Nathan Rosen、EPR paradox に出てくるやつですね。これはこういう形をして、例えばスピン

でいうと１重項のようなもの、マイナスを足すとそうなります。こういうふうになっていると何が起きるかといいますと、両方混じっているのですね。だからＡがスピンが下だとするとＢは必ず上向きだし、Ａが上を向いているとＢは必ず下向きである、こういうふうな状態になっている。どちらかは分からないですね。でも分かるのはＡがもし下を向いていれば絶対Ｂは上を向いているとか、強い相関は分かります。スピンの値は足すと０となっている、そういう強い相関が分かる。こういう時にですね、エンタングルメントしているといいます。実はこれが最大のエンタングルメントを持つ状態になります。これがエンタングルメントの代表例で、もっと別な言い方をすると、エンタングルメントとは何かというと、ミクロな系では全体の系を一意的に定めることができます。量子力学で波動関数がありますけれど波動関数を１つとってきます。それはいいのですが、中の部分系を見ると情報が曖昧になってしまう。だからＢが見えないとしてしまうとＡは上かもしれないし下かもしれない。だけどＢがもし下だということが分かれば必ずＡは上であることが分かると。こういう強い相関、量子論特有の相関を生み出します。これが量子もつれ、量子エンタングルメントです。



スライド １３

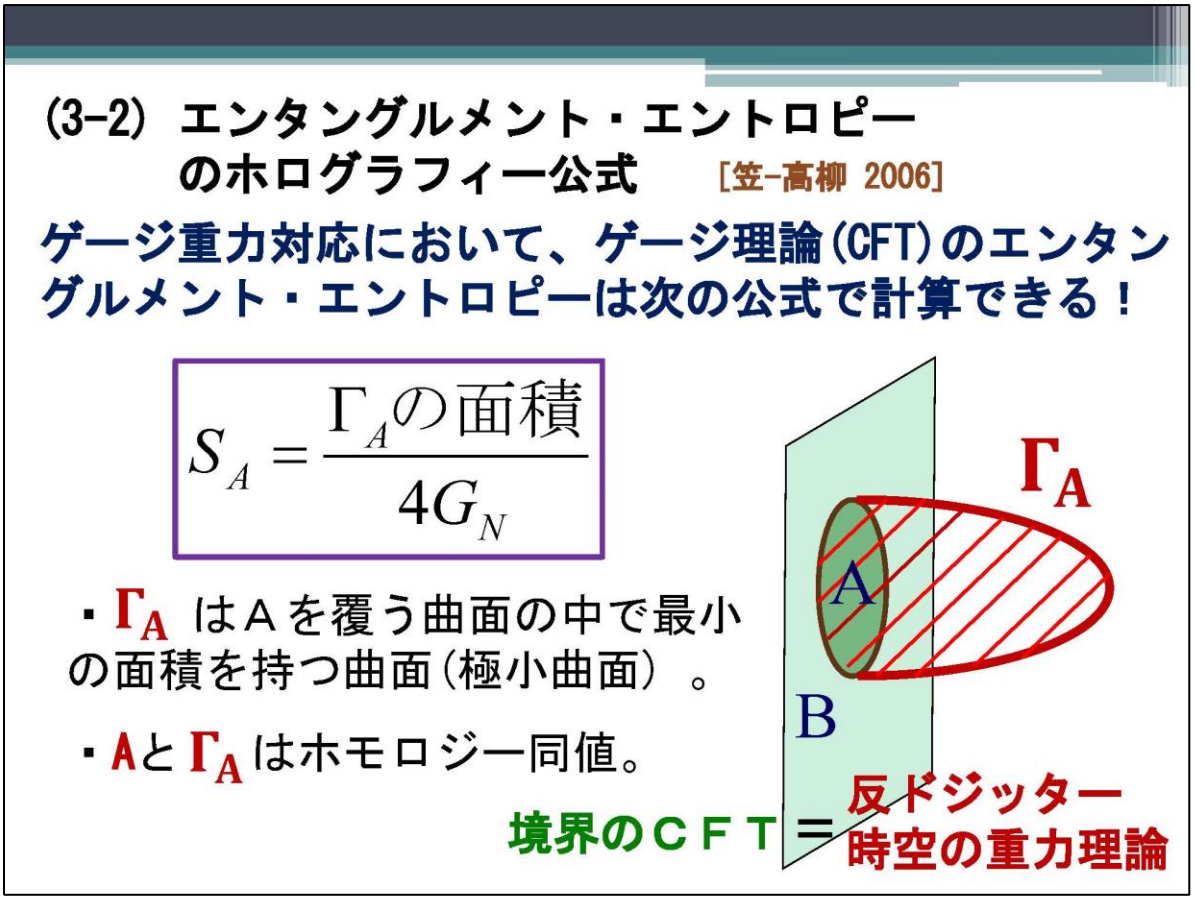
これは概念なのですが、こういうのも物理なので、「数」を計りたいとします。そこで出てくるのがエンタングルメント・エントロピーと呼ばれている量です。このエンタングルメント・エントロピーというのは、「エンタングルメントの度合い」を測る量で、一言でいうとベル対がいくつあるかを数えるということになります。例えば量子系を１つとったとします。量子系を、どことどこがもつれているかというのを考えたいので２つに分けます、A と B と。ヒルベルト空間を直積で分けたとします。例えばスピンがいっぱい並んでいる系を考えたら、あるところで切ります。片側を A と呼んで残りを B と呼ぶ。そうしたときに、A と B の間にどれだけベル対、さっき出てきましたこういうペアがあるかと、相関しているペアがあるか、それを数えるのがエンタングルメント・エントロピーです。もっと専門的に言うと、A の密度行列というのを考えます。B が見えないとしたとき、B を trace out したときの密度行列を考えて、$[-\rho\log\rho]$ という、いわゆる von Neumann のエントロピーという―古典的には Shannon のエントロピーになりますけど―情報量を測る量ですね、を導入します。これは von Neumann エントロピーとしてエンタングルメント・エントロピーが定義されます。これが、実際に量子情報理論で知られている定理がありまして、これに物理的に許される操作―LOCC (Local Operations and Classical Communication) と言ったりするのですが―をすると必ず、仮に複雑にもつれあったとしても必ず単にこういうベル pair の何個かという形に持っていくことができる、近似的にですが持っていくことができて、それがこれになっているという定理があります。そういう意味で、「ベル pair の数というのがエンタングルメント・エントロピーになっている」わけです。



スライド １４

こういった意味で、エンタングルメントは出てきたのですけれど、量子力学そのものからくるもので、当然どこかの特別な物理の分野に限って使われるものではないわけです。たとえば今、「量子エンタングルメント」とありましたが、一番よく定義されて詳しく調べられているのが量子情報という分野だと思いますが、例えば量子計算、最近話題になっている量子コンピュータとか量子複雑性とか量子通信とかですね、テレポーテーションとか、例えばテレポーテーションするときのリソースを与えるのがエンタングルメント、などなどです。あと数学的に情報量を定義しようというたくさんの研究もなされているのですが、そういった考え方はですね、たとえば物性物理、場の量子論、素粒子論、あと重力の理論ですね。物性物理だと量子的なオーダー・パラメーター、秩序変数として機能することが知られていますし、そういったものを使った考え方として、集めた考え方でテンソルネットワーク、後で出てきますが数値的な手法もあります。場の量子論では、ある理論を特徴づける自由度としてこのエンタングルメントの量というのが出てきます。自由度が多いとそれだけエンタングルメントが増えてくる。重力では、後で出てきますが、幾何学と直接関係してきます。面積と関係してくるという形で、広

い理論物理の分野で活躍している考え方です。

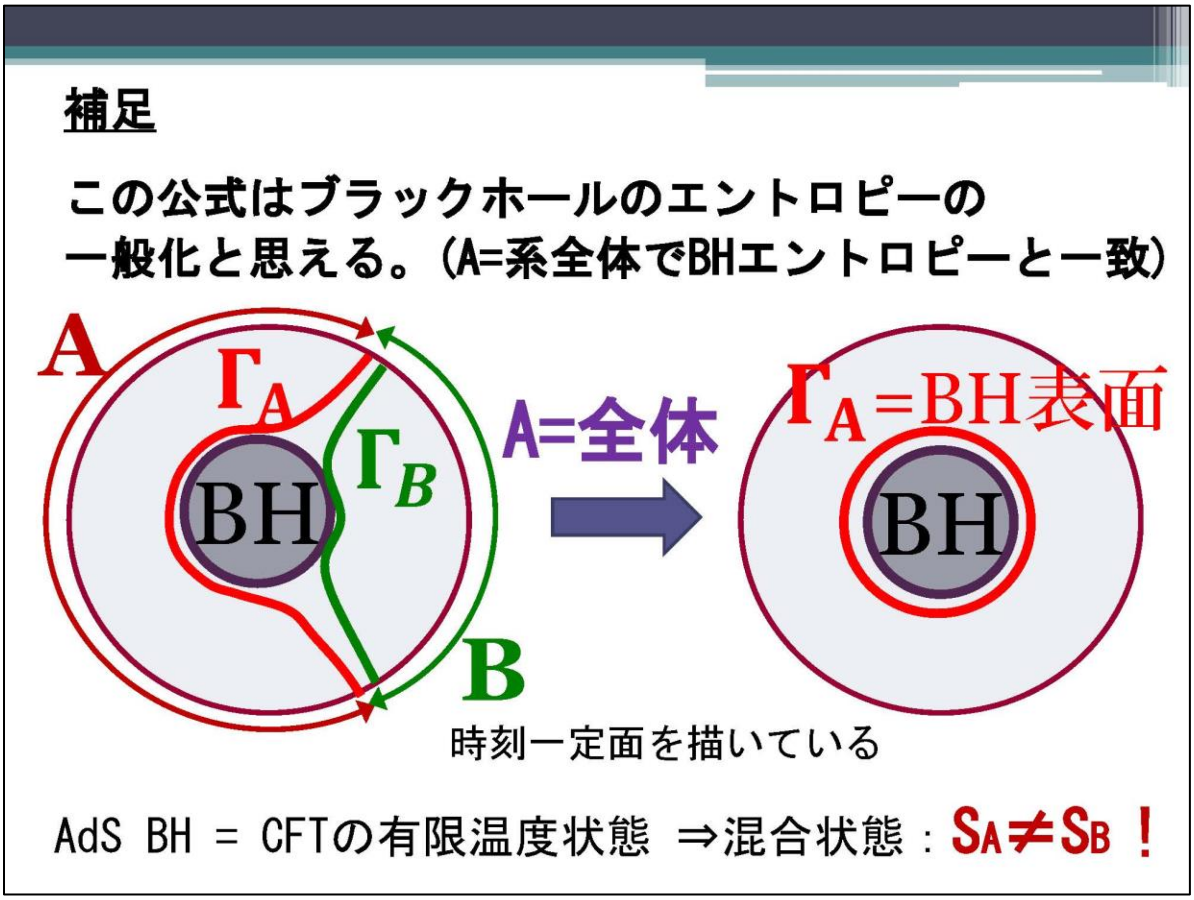


スライド １５

このエンタングルメント・エントロピーなのですが、それをゲージ重力対応で計算する。これを私と笠さんは見出しました―笠さんは物性物理の研究者なのですが―「ホログラフィック・エンタングルメント・エントロピー」と呼んだりしていますが、その話をさせていただきたいと思います。ゲージ重力対応で、ゲージ理論、CFT、共形場理論の CFT と書いたりしますが、そのエントロピーをどうやって計算するかというのは実は簡単な計算方法がありまして、これが先ほどのゲージ重力対応の概念図だと思ってください。

ここの空間が反ドジッター空間で重力があります。そこに境界があります。この境界の上にゲージ理論、CFT が乗っている。それで、この境界を、今時間はある特別な時刻にとったとして、空間を A と B の二つに分けます。そのときにその境界線がありますね。境界線を指定したらもちろん A と B に分かれます。ここの A と B のエンタングルメント・エントロピーというのをどうやって計算するかというと、こちら側の重力で計算すると実は、この境界部分を拡張します。内部のことを我々bulk と言って、境界を英

語で boundary と言いますが―boundary と bulk の対応と言ったりしますが―bulk に拡張します。拡張した時に出てくる曲面というのはいろいろあります、こういうふうに拡張してもいいし、こういうふうにしてもいい、ただその中で、特に一番面積が最小になるものを採る、極小曲面を採る、そうするとユニークに決まる。もっと正確に言うと、同じようなトポロジーを、ホモロジーの意味で同じになっているという条件になるのですけど、単に面積を最小にする。そうやって決まった曲面の面積を計算して、一番最初に出てきましたブラックホールの Bekenstein-Hawking の公式と同じように 4 倍の重



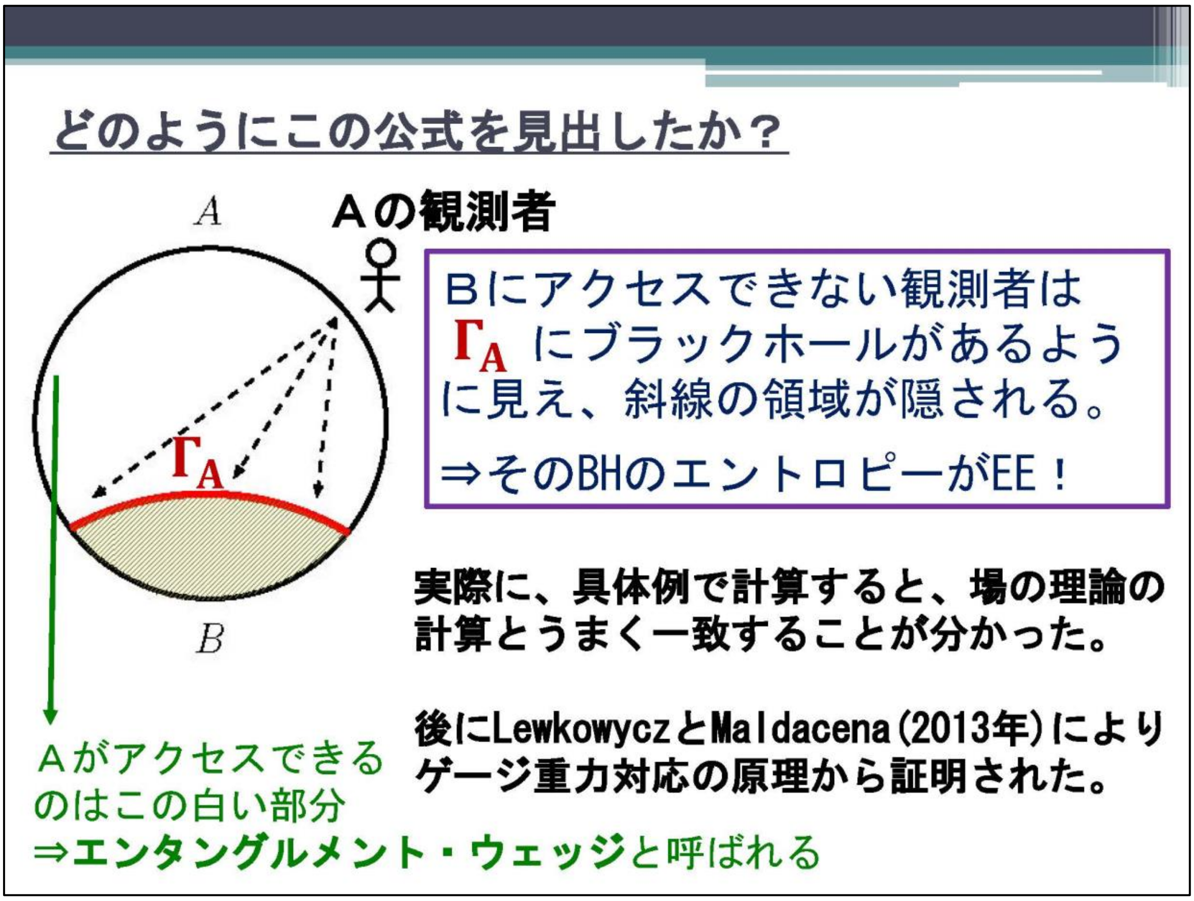
スライド １６

力定数で割る、こういう形で計算できますよ、そういう内容です。

これは補足なのですが、先ほどのブラックホールのエントロピーとどう関係しているのか、形は似ているけれど本当に関係しているのか、ということなのですが、実は Bekenstein-Hawking の公式の拡張だと思っていただいたら結構です。

それはどうしてかというと、例えば実際にブラックホールがある場合もあります、時空に。ブラックホールがある場合に、例えばこの領域を A、この中が反ドジッター空間だと思ってください。それで、重力があります。境界はこの円のところです。ここに CFT

がいます。A という領域をここにとれた時の、先ほど出てきたΓ_Aという極小曲面はどこに来るかというとここらへんに来る。ブラックホールに巻き付きます。B の方、それと補集合の B だと逆側、こっち側にきて、A と B 違ってくるのですけれどね。これは実は混合状態だとこういうことになるというのがよく知られている話で、幾何学的な障害みたいなのが量子情報で知られている不等式を出すという一つのシンプルな例なのですが、とりあえず A、これを考えます。特に A がどんどんどんどん大きくなったとします。そうするとどんどん巻き付きます。A のサイズがこれよりもっと大きく全体を上回った、そうすると結局ブラックホールのところに巻き付いたエントロピーが出てくる、面積が出てきます。このブラックホールに巻き付いた面積というのがまさにブラックホールのエントロピーですから、ちょうどさっきの Bekenstein-Hawking のブラックホ



スライド １７

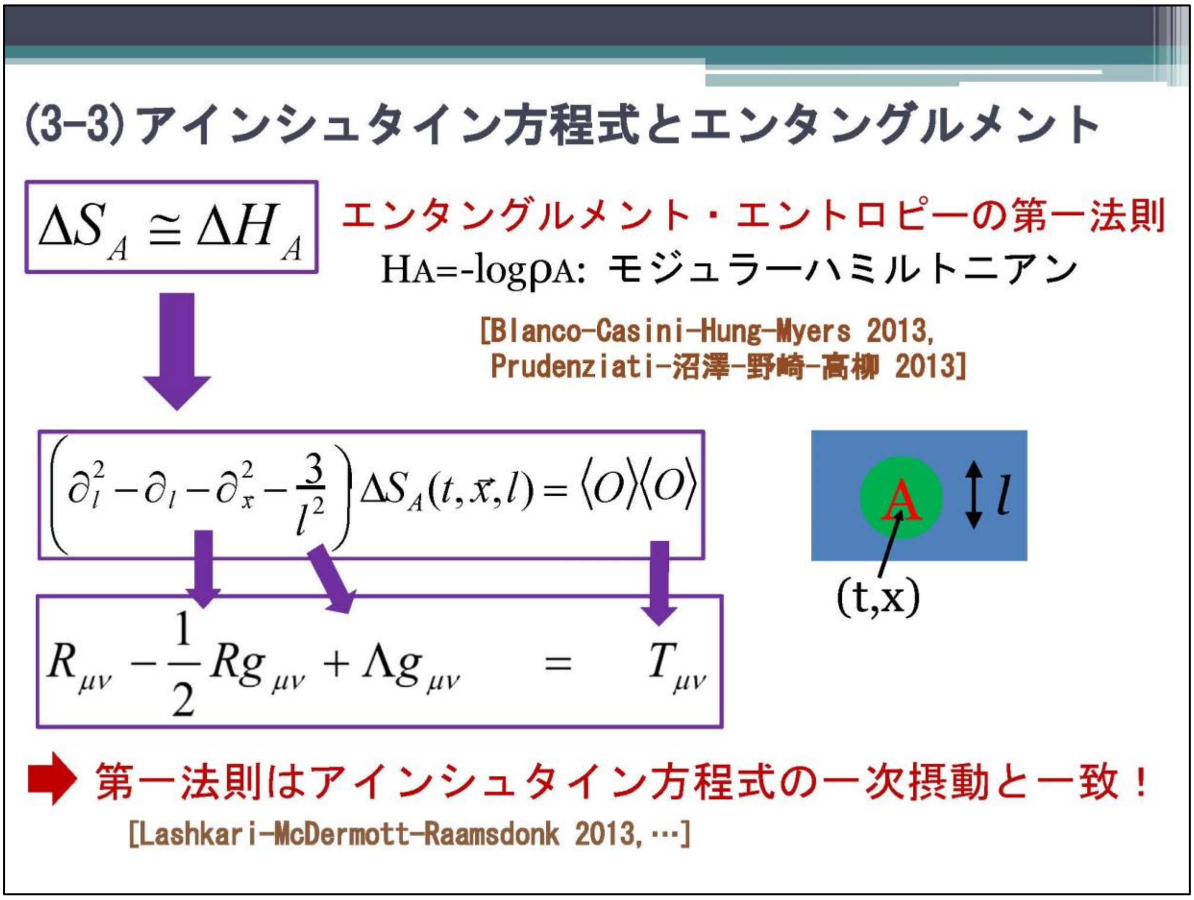
ールの公式に帰着する、そういうふうになっています。

次に、これをどうやって我々が考えたかというのをちょっと簡単にお話しさせていただきたいと思います。持っていたイメージは次の通りで、実際にこれが最近の発展とも関わっているのですが、これが反ドジッター空間です、内部が。B というのがここの領

域で A がここです。観測者が A にいるとしましょう。エンタングルメント・エントロピーというのが何だったかといいますと、観測者が B が見えないとします。そのときにどれだけ情報の曖昧さが出てきますかというのを測る量です。そう考えると、B は見えない。ここに例えばブラックホールみたいなのがある。B を見たくてもブラックホールが邪魔をして見えない。そういうセットアップを考える。そうすると、非常にシンプルにこの面積を求める、これが Bekenstein-Hawking の公式がブラックホールのエントロピーを計算しますから、中に隠れた情報を与える。そういうふうに推測しました。ただ最小値をとるというのは、一番そのなかでも良いバウンド（見積もり）を与える、そういった考え方。実際それは、実は Einstein 方程式を解くことと関係しているということが分かるのですが、そういった意味で、B にアクセスできない観測者はこの Γ_A という曲面にブラックホールがあるように見えて、その斜線の領域が隠されて、そのブラックホールのエントロピーがエンタングルメント・エントロピーでしょうと、元々そういう動機で考えました。実際にそれを具体例で、思いついただけではもちろん間違っている可能性があるのでチェックすると、どんな例でもうまくいくことが分かった。そういう形で自信をもって提案することができた。後に Aitor Lewkowycz と Maldacena によって、先ほどのこの式自体をゲージ重力対応の対応原理から導出するということがなされました。もう一つコメントしておきますと、この白いところ、A の観測者が見えるのはこの白いところなのですが、これは今では「エンタンルグメント・ウェッジ」と呼ばれています。これは後でちょっとお話しさせていただきたいと思いますが、これは非常に重要なコンセプトを出します。だから A というのは重力で言うとここまで到達できる、B は逆にここまで、そういうふうな考え方です。この仕事は私と笠さんがアメリカのサンタバーバラの Kavli 理論物理学研究所にいるときにした研究なのです。二人ともポスドクだったのですが、私のオフィスと笠さんのオフィスがちょうど中庭を挟んで反対側でした。お互いに窓を通して見える感じで、笠さんが来たら僕も、あ、来たなと思って議論しに行ったり—そういうことができる環境でした。

スライド １８

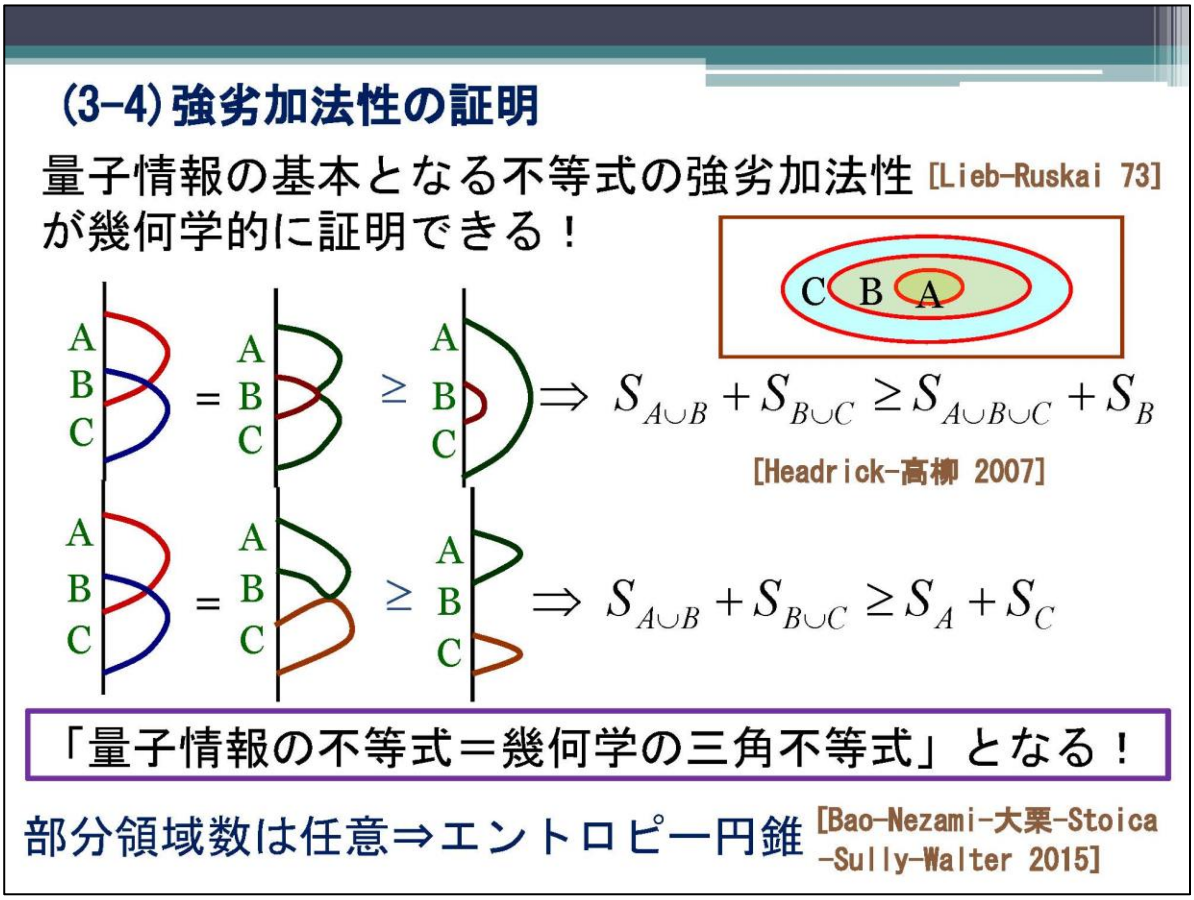
先ほどご紹介していただいて恐縮なのですが、一緒に食事をしたり、お互い独り者だったのでクリスマスが暇で、クリスマスに一緒に旅行したりしていました。2005 年の 12 月 23 日に、一緒にセコイアの国立公園とかデスバレーに行って一緒に食事をしながらちょっと考えた―そういう形でやってきていました。笠さんは物性物理で非常に素晴らしい仕事をされていて、例えばトポロジカル絶縁体の周期表の発見で古崎昭さんと仁科記念賞（2015 年度）を受賞されています。その後私が笠さんとの仕事で仁科記念賞（2016 年度）を受賞させていただいて本当に感謝しております。大きな励みになりました。この場を借りて感謝をさせていただきたいと思います。



スライド　１９

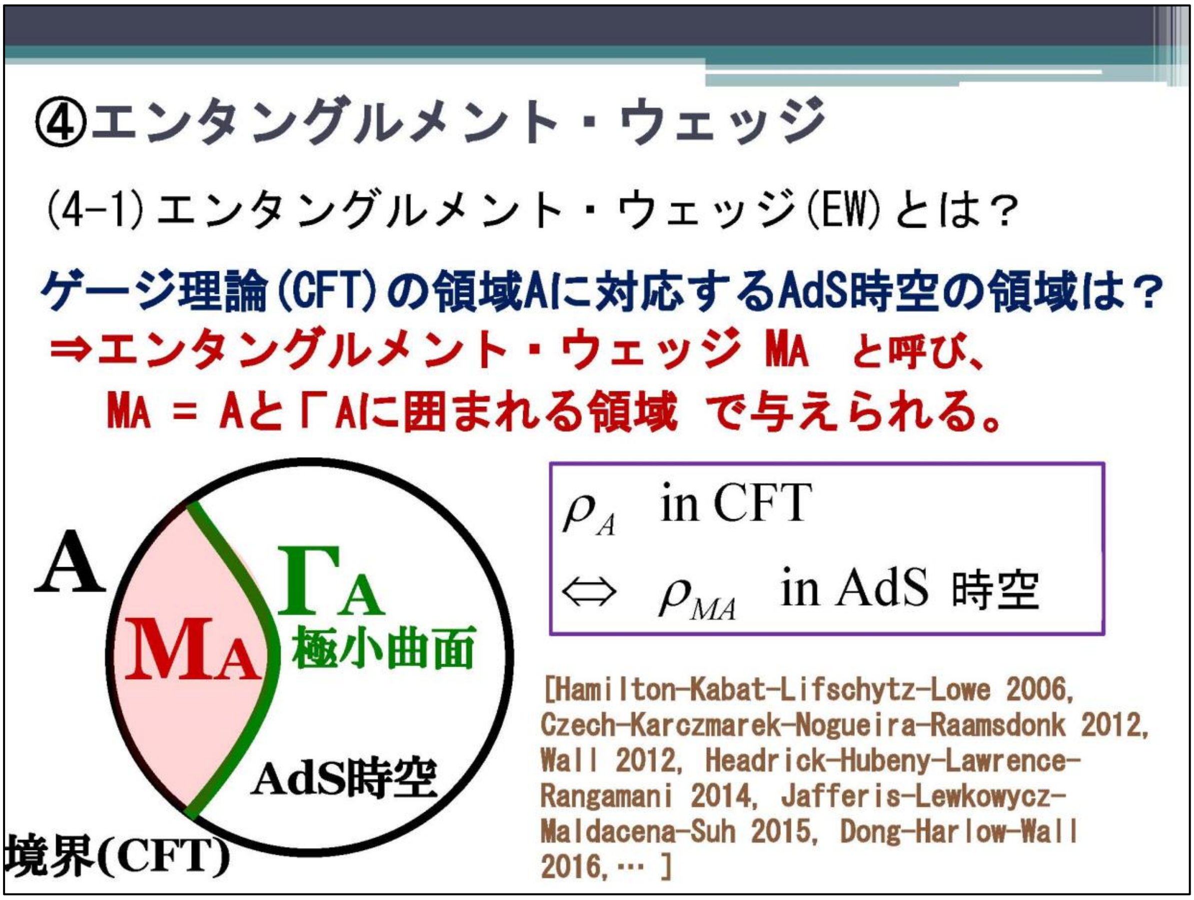
それでですね、この後の発展なのですが、一つは Einstein 方程式とエンタングルメント・エントロピーの関係ではないかなというふうに思います。重力を考えて Dynamics というのは、誰でも、Einstein 方程式はどこから出てくるのと聞かれることですね。そういった話も実は 2013 年ごろからあるのですが、最近もいろいろな発展がありまして、面白いことがいろいろ分かっています。そのカギになるのがですね—Einstein 方程式があります。この Einstein 方程式というのは量子情報の言葉で言ったら何になるのだろう—それは実は一言で簡単に言うと「こういう関係式」です。これ実はエンタングルメント・エントロピーの第一法則です。普通、熱力学的なエントロピーというのは第一法則を満たすことはよくご存じだと思うのですが、エンタングルメント・エントロピー、ある意味エントロピーを拡張したようなものでも熱力学の第一法則のような関係式がある。ただこれが小さいとき、変分が小さい時でしか成り立たないのですが、エンタングルメント・エントロピーの変化はエネルギーの変化である。ただエネルギーといってもちょっと特殊なモジュラーハミルトニアンと呼ばれている—まあ単に先ほど出てきた A の密度行列の対数で定義されるのですけれど—そういうふうに定義されるある種のエネルギーだと思ってください。それと比例関係というか等しいということが分かり

ます。それを書き直すと、先ほどの面積とエントロピーの公式の立場で書き直すと実はこういう微分方程式が出てきます。いろいろなやり方があります。これ実は我々のやり方なのですが、これがエントロピーがどれだけ増えたかを表します。それはこういう偏微分方程式を満たす2次方程式で、この部分がちょうど Einstein action の項の部分ですね、Einstein 方程式のこの部分で、宇宙定数は3とかこれ宇宙定数になっていて、あとなにかソースがあると modify されるというのが energy stress tensor になります。ただこれは一次摂動だけの話です。非線形なところまでどうかというとこの公式自体が非線形なところがどうなっているかという一般論はありませんので、フルオーダーでやることはできませんけれど、もうちょっと次のオーダーとかそういった形でいろいろな面白い研究がなされています。説明していませんでしたが、 *l* は部分系 A のサイズです。部分系 A のポジション x で、ある時刻 t での値と定義します。重心の位置ですね。A というのは大きさを変えられますからそのサイズが *l* です。もう一つ言うと実はこれは反ドジッターなのですけどドジッターのラプラシアンが出てきます。それはちょっといろいろな深いわけがあるのですけれど、ある意味数学的に理解できる話です。



スライド ２０

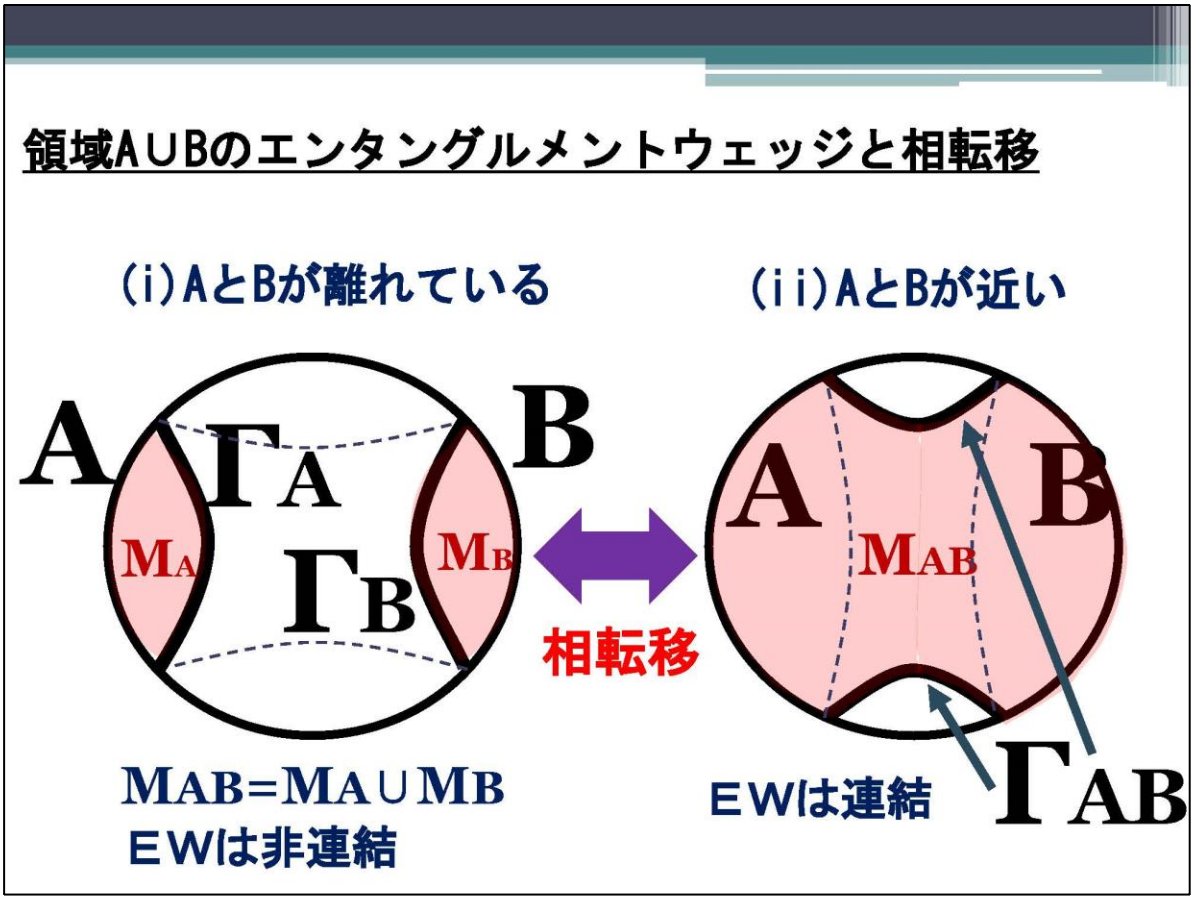
もう一つ、「強劣加法性」というのがあって、量子情報の話と関係するのだったら量子情報ではいろいろ重要な不等式が知られているからそれを導出できなきゃダメじゃないかと言われるわけですね。その一番基本となる不等式が強劣加法性と呼ばれていて、Elliot Lieb と Mary Ruskai という人が 1970 年代に発見したものすごく有名な、公理論的な、量子力学とかの基礎になる話ですね。元々はすごく複雑な、代数的に証明するものなのですが、幾何学的に面積で表すと実は簡単に証明できてしまう。これはどういうふうにするかというと、ABC と分けて、それぞれ重複がないように分けたとします。例えば $S_{A \cup B}$、AB をカバーするエントロピーというのはここの面積になるし、BC というのはここになりますよね。単純にこう組み分けてここを緑、こっちが例えば茶色と呼んで、ここは ABC をカバーしているなと、ここは B をカバーしている、ですけど実際には ABC をカバーする曲面というのはもっと小さい、こういう変なカスプみたいな無いようなのがあるはずです。そういう意味でこの不等式が明らかに成り立っている。ある意味三角不等式になる。もう 1 個の方も同じように説明できる。言い換えると、量子情報の不等式というのは元々すごく代数的なものなのですが、幾何に置き換わってしまう。ゲージ重力対応を通すと幾何の三角不等式になってしまう。こういったものは、領域の数は 3 つである必要はなくてもっといくらでも増やすことができて、非常に豊かな構造が出てきます。それはエントロピーコーンと呼ばれて、大栗先生達が見いだされた非常に面白い話、最近も非常に発展がある分野だと思います。



スライド ２１

エンタングルメント・エントロピーとゲージ重力対応というお話をさせていただいたのですが、次にちょっともう少し最近の話題として「エンタングルメント・ウェッジ」という考え方があります。先ほどの話と非常に関係しているのですが、さらに解釈を拡大している、というふうに思っていただいたらといいと思います。それはどういうことかといいますと、そもそもゲージ重力対応というのはどういうふうに機能しているのか。この bulk、反ドジッター空間と CFT、境界に棲んでいるゲージ理論が対応するという話なのですが、実際どことどこが対応しているのだろうと―そういう問題ですね。実は先ほどちょっと簡単にコメントしましたが、観測者が例えば A にいるとすると多分ここが見えているのではないかと考えるのはそんな変なことではなく、ここにブラックホールがあって中が見えない、直感的にはそう言うのですけど、それをきちんと示さないといけないわけですね。それをきちんと言ったのがエンタングルメント・ウェッジという考え方で、ゲージ理論の領域 A に対応する反ドジッター空間の領域は本当はどこかとそういう問題で、答えはこの M_A というところです。この境界の A のところと極小曲面の Γ_A と呼ばれているところに挟まれた部分、ここが対応している。もうちょっときちんとそこを言わなくてはいけなくて、どういうことかといいますと、A の密度行列で

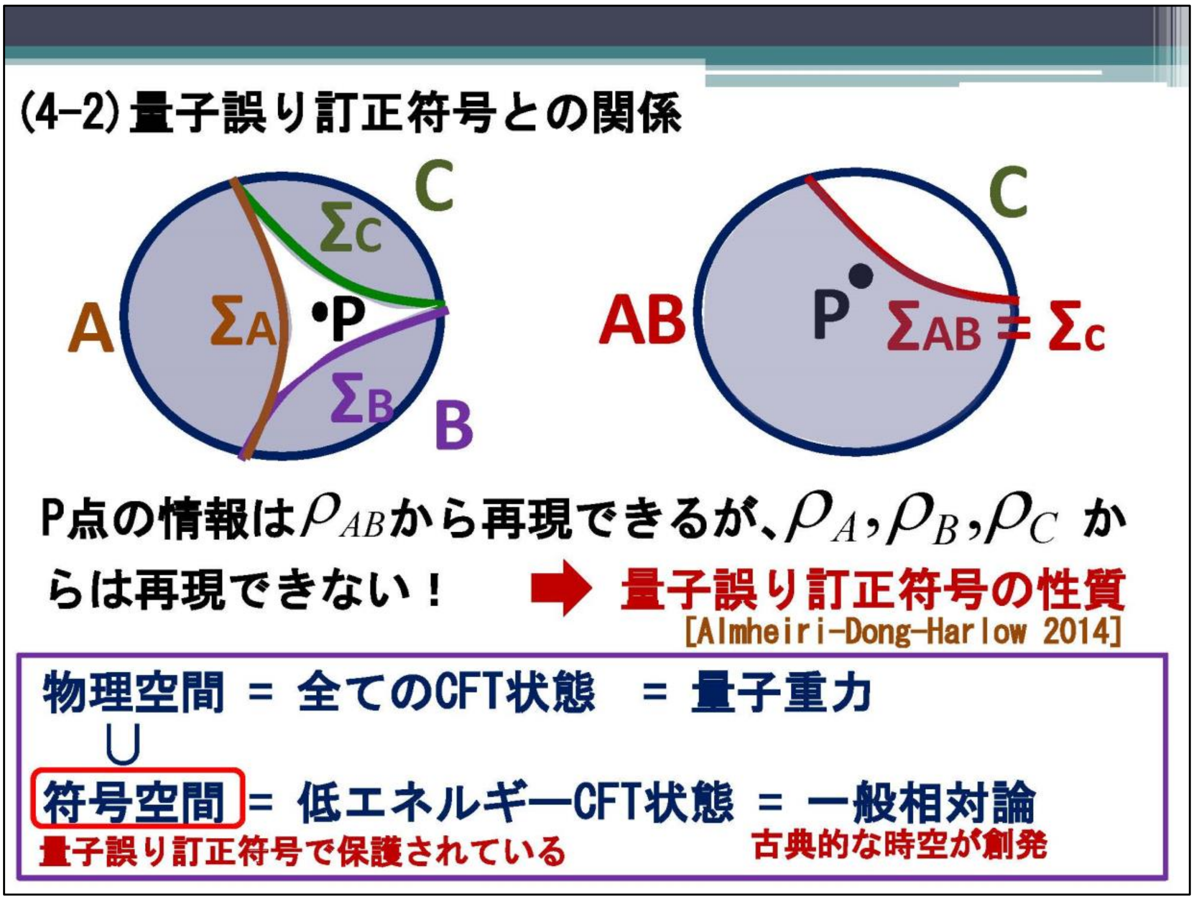
すね、量子力学の言葉だと縮約された密度行列が、A だけに制限した密度行列がここの重力理論の密度行列と対応していると、こういう主張になります。これは非常に多くの研究者の方々のいろいろな貢献で比較的最近に理解されるようになってエスタブリッシュされてきた話です。



スライド ２２

それでですね、これ一番簡単な例なのですけど、非自明な例として、２つから領域がなる、２つの連結場からなる場合、A と B みたいな、こういうふうに A と B と非連結な部分からなる場合のエンタングルメント・ウェッジ M_{AB} ですね、これ何だろうか。これ実は相転移という現象が起きるのですが、A と B が離れていると、この曲面は A と B の合わせた時の極小曲面が使えるのですが、この長さの方がここより長いのですね。だからミニマムにならないのでこっちが favor される。そのせいで、ぶちっと切れて非連結なエンタングルメント・ウェッジというものになります。両方近づくと、A と B が大きくなって近づくとここに出てくるのが、極小曲面が Γ_{AB} の候補になりまして、こちらが favor される、こちらが短くなります。それでくっついた、連結したエンタングルメント・ウェッジが出てきます。これが面白いところです。こういうふうな相転移が起

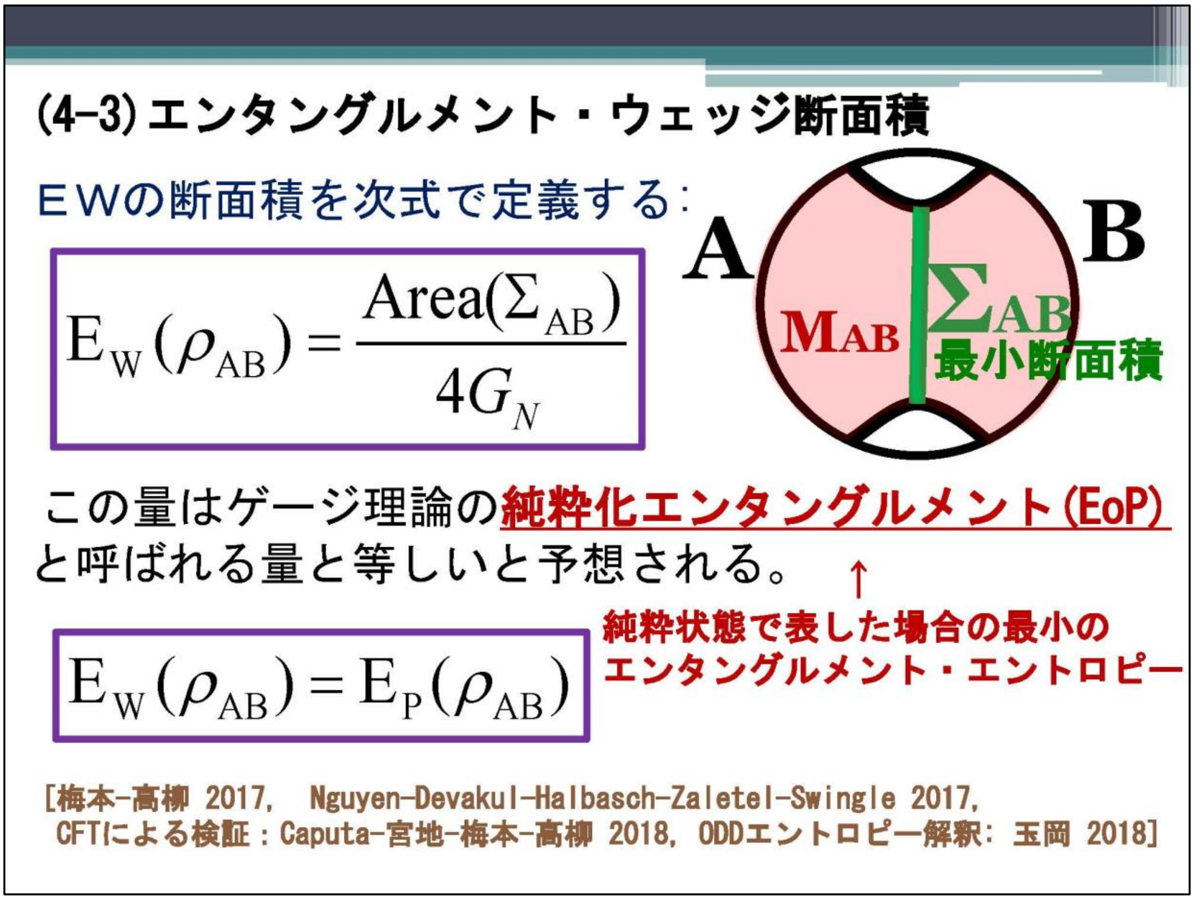
きるというのが面白くて、これがですね、量子情報の別の話と深く関わるというのが次の話で、さわりしかご紹介できないですけど、「量子誤り訂正符号」という量子計算で非常に重要な手法があります。



スライド ２３

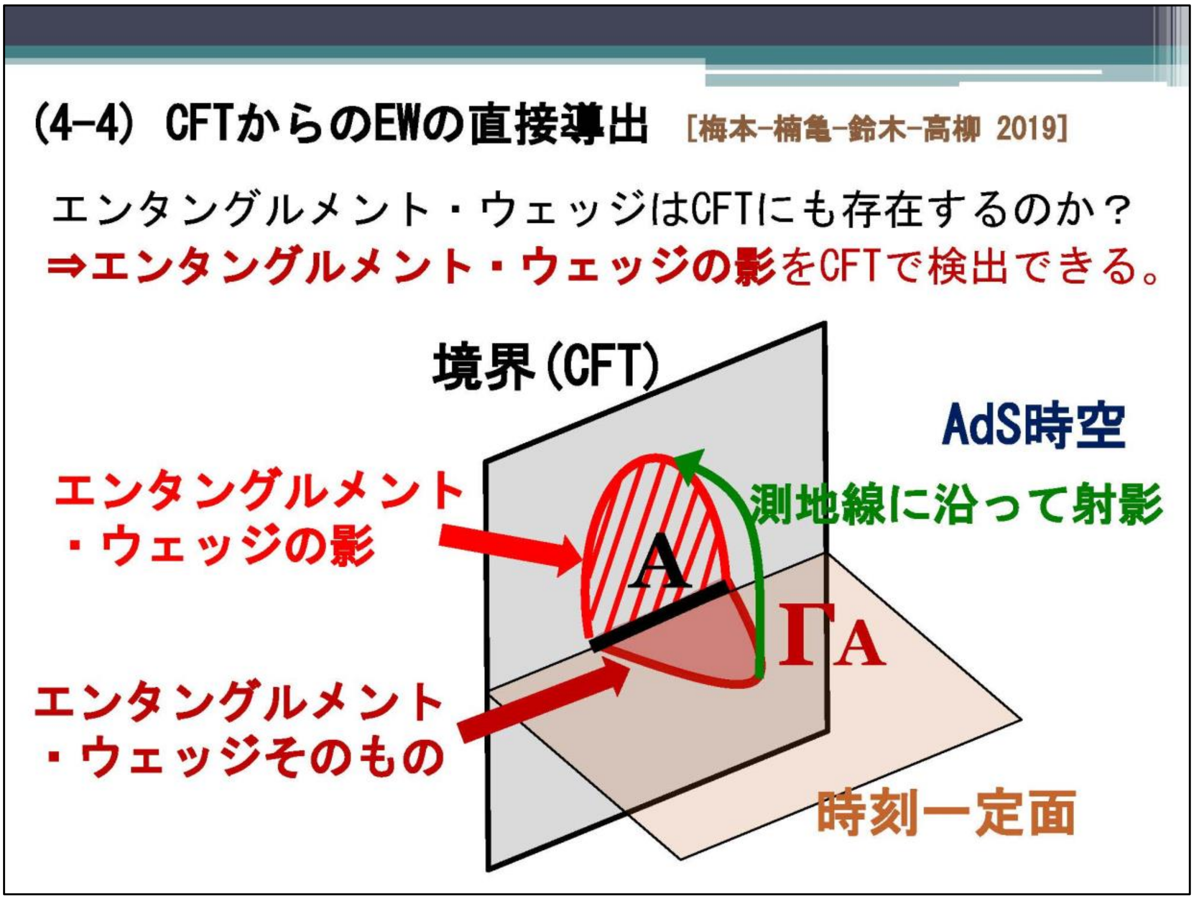
今見ましたようにこの中が AdS の bulk、ここが境界に CFT がいるところです。先ほどは２つですけど３つに分けます、ABC と。そのときに、それぞれ極小曲面がこうなって、ここの点 P というのに着目すると、Σ_A、Σ_B、Σ_c、どれも入らないですね。外側に来てしまいます。だからρ_Aとかρ_Bとか全部カバーするような情報が一見あるように見えるのですけど、これを再現することができません。この情報を得ることができない。ですが、一部 C が見えないとしても AB だけの情報があれば、ρ_{AB}があればここまで行きますね。そういう意味で、部分だけの情報から情報が全部分かってしまう、ここの領域のだったらこの中は全部分かってしまう、いろいろ情報が抜けているのに実は再現できるとなります。

それは実はですね、量子情報で知られる量子誤り訂正符号の性質と非常に類似していて、実際その拡張と思えるようなことができる。この人たち（Ahmed Almheiri, Xi Dong, Daniel Harlow）が見出したことです。これはですね、量子計算を実際にすると、いろいろノイズが入ります。その時に、ノイズから情報を修正すると、そのときにどうするかというと、余分に冗長の Qubit、冗長なように余分にダミーの bit を足しておいて、例えば５個 Qubit があるけれど１個の Qubit だけの情報に直せるようにするとちょっと消されても大丈夫である。それが量子誤り訂正符号なのですが、それで今起きている重力の場合どういうことかといいますと、物理の空間全体が全ての Qubit を表している、これはすべての CFT の状態、重力の言葉にすると重力のフルのスペクトラム、高エネルギーのとこもすべて含めてフルの量子重力を表しています。プロテクトしているのはその一部で、低エネルギーの状態、そこは実は AdS/CFT を使うと、ゲージ重力対応だと一般相対性理論のモードと関係します。一般相対論の部分だけプロテクトしているのですね。この原理が量子誤り訂正符号で、そのお陰で古典的な時空、局所的な、Einstein action が書けているようなローカルな時空が創発されていると考えられています。非常に示唆的です。



スライド ２４

もう一つ、我々のやった話なのですけれど、幾何学的にとらえるということで、「エンタングルメント・ウェッジの断面積」ですね、これとこれが繋がっているかどうかと判定するときに一番シンプルな考え方は断面積ですね。断面積が 0 だったらもちろん、ぶちっと切れていて、断面積が大きかったらすごく繋がっているということになります。じゃあこの断面積を例によって 4×Newton constant で割ります。これには何か意味あるのではないかと。それで考えてみると実は、これは予想なのですが、ちょうど良い量がある。量子情報によく知られた量で、「純粋化エンタングルメント」と、英語で Entanglement of Purification と呼ばれるのですけど、そういう量とちょうど対応しているのではないか。そうすると不等式がうまく一致したり、部分的には場の理論の計算でうまく一致するとか、そういうことも分かったりしています。言い換えるとどういうことかといいますと、もともとエンタングルメント・エントロピーというのは、いい量なのですが、それは純粋状態に対していい量なのですね。系が純粋状態、1 個の波動関数で書けていて、残りを 2 つに分ける、そのときの 2 つの間のエンタングルメントを測る量がエンタングルメント・エントロピーです。けれど、3 つに分けた場合は残念ながらそれはできない、エンタングルメント・エントロピーは役に立たない量になります。そこである意味混合状態のエンタングルメントをどうやって探すかというので、これは実際にエンタングルメントを探しているわけではないのですけれど、そのヒントになる量なのですけれど、そういうような試みがいろいろなされていて、いろいろ発展しているという話です。

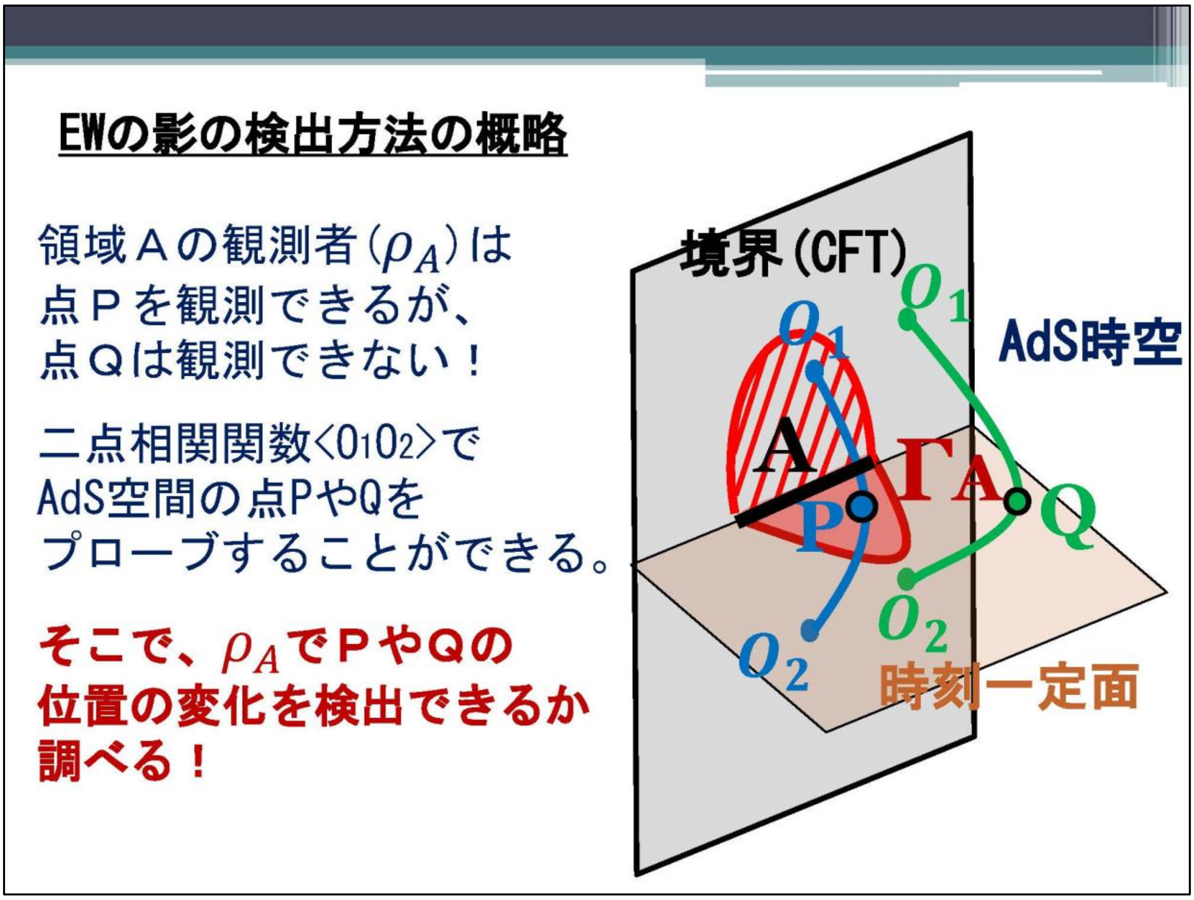


スライド ２５

これ一番最近の話―我々の最近の研究成果なのですが―確かにエンタングルメント・ウェッジはそういうふうに極小曲面から理解できるのですが、実際に CFT で見たら何なんだと、CFT だけでもそういうものがあるのか、という話をちょっとさせていただきたいと思います。エンタングルメント・ウェッジは CFT にあるのか。そこで何を考えるかというと、なるべくゲージ重力対応を使いたくないのですね。純粋に場の理論だけでこういうウェッジの構造があるのかなと―それを考えたときに、どういうふうに考えるか、AdS/CFT が出てきますが、ゲージ重力対応で、ここが境界になります。こちら側が余分な方向で extra dimension、Z 方向になります。ここに A という部分系をとると、ここに極小曲面 Γ_A というのがまた出てきます。この領域が先ほど言いましたエンタングルメント・ウェッジと呼ばれている量です。エンタングルメント・ウェッジはもちろん反ドジッター、余分な方向、重力の方の空間に伸びているわけです。

ですけど、測地線をうまく使ってこういうふうに project するのですね、境界に。境界に project するとなんかこういうカーブが出てきます。じゃあこれなら CFT で見えるかと、そういう話をします。これを「エンタングルメント・ウェッジの影」と仮に呼

んだとしましょう

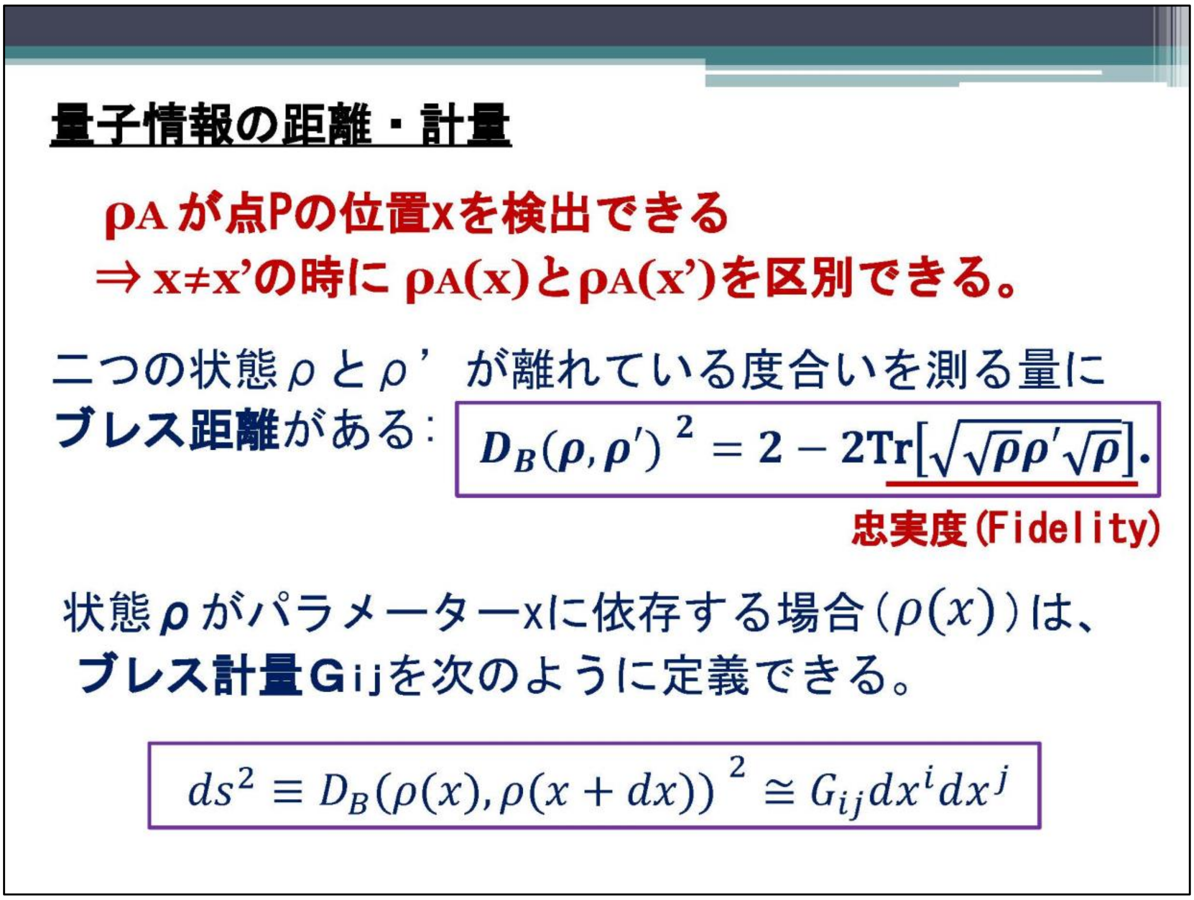


スライド　２６

　ですけど、測地線をうまく使ってこういうふうに project するのですね、境界に。境界に project するとなんかこういうカーブが出てきます。じゃあこれなら CFT でその影を見ることができるか。実際に「それはできるというのが分かった」ということなのですが、この領域Ａというところに観測者がいるのですが、この点は、エンタングルメント・ウェッジという考え方が正しければ、この点はＡの人が見ることができます。ですがこの外に出ている Q という情報は得ることができません。それをもうちょっと具体的な操作で言うと、二点関数みたいなものを考えます。ここをここをある演算子みたいなので励起する、そうすると、細かいことはいいのですが、この２点を結ぶ測地線というのが出てきます。測地線の上だけちょっと励起されているような時空になります。

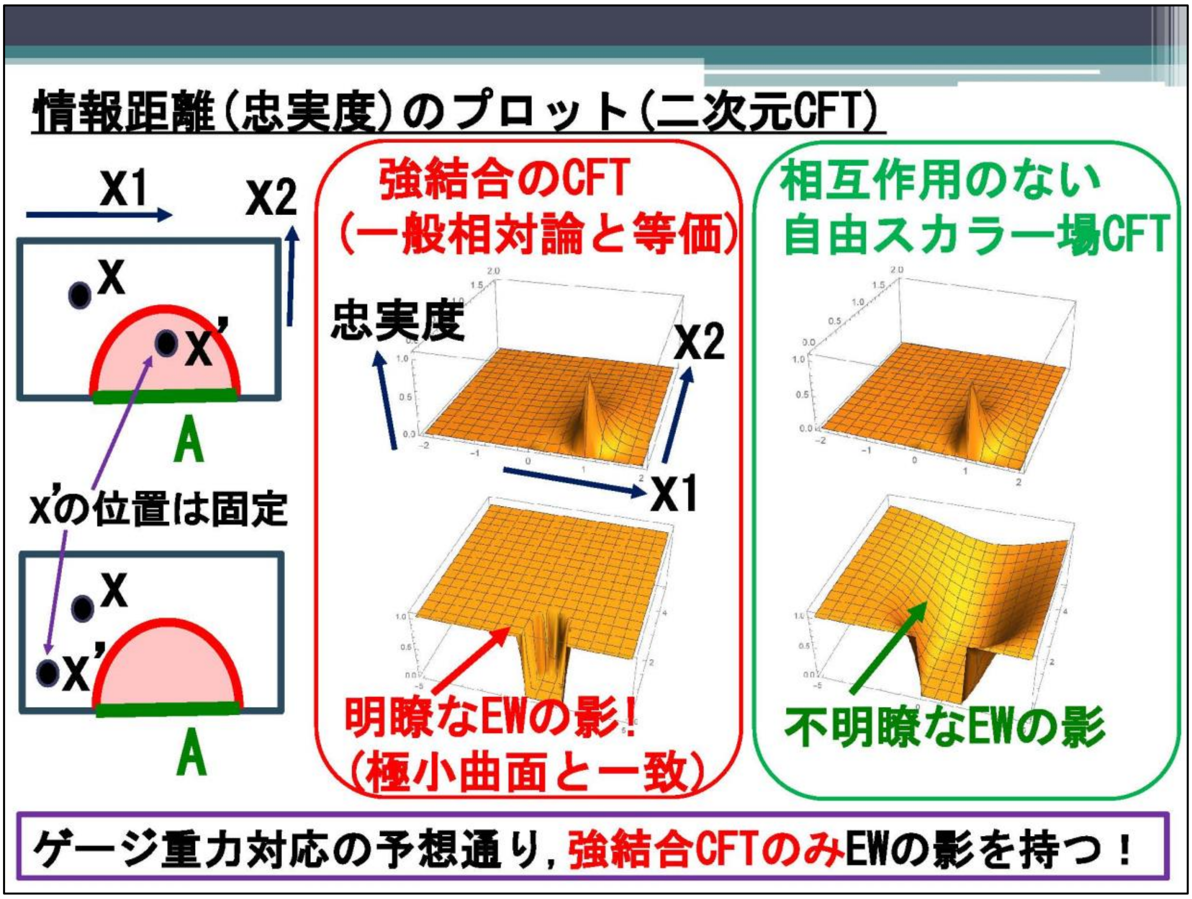
　例えばここを励起したら、ウェッジの中に入っているから当然観測できるはずだし、ここをここを励起すると見えなくなります。こういう相関関数の計算って場の理論でできる話なので、それでやってみましょうとします。もうちょっと細かいことを言うと、Ｐの位置を動かします。Ｐの位置が動いたというのを検出できるかというのをちょっと

考えます。



スライド ２７

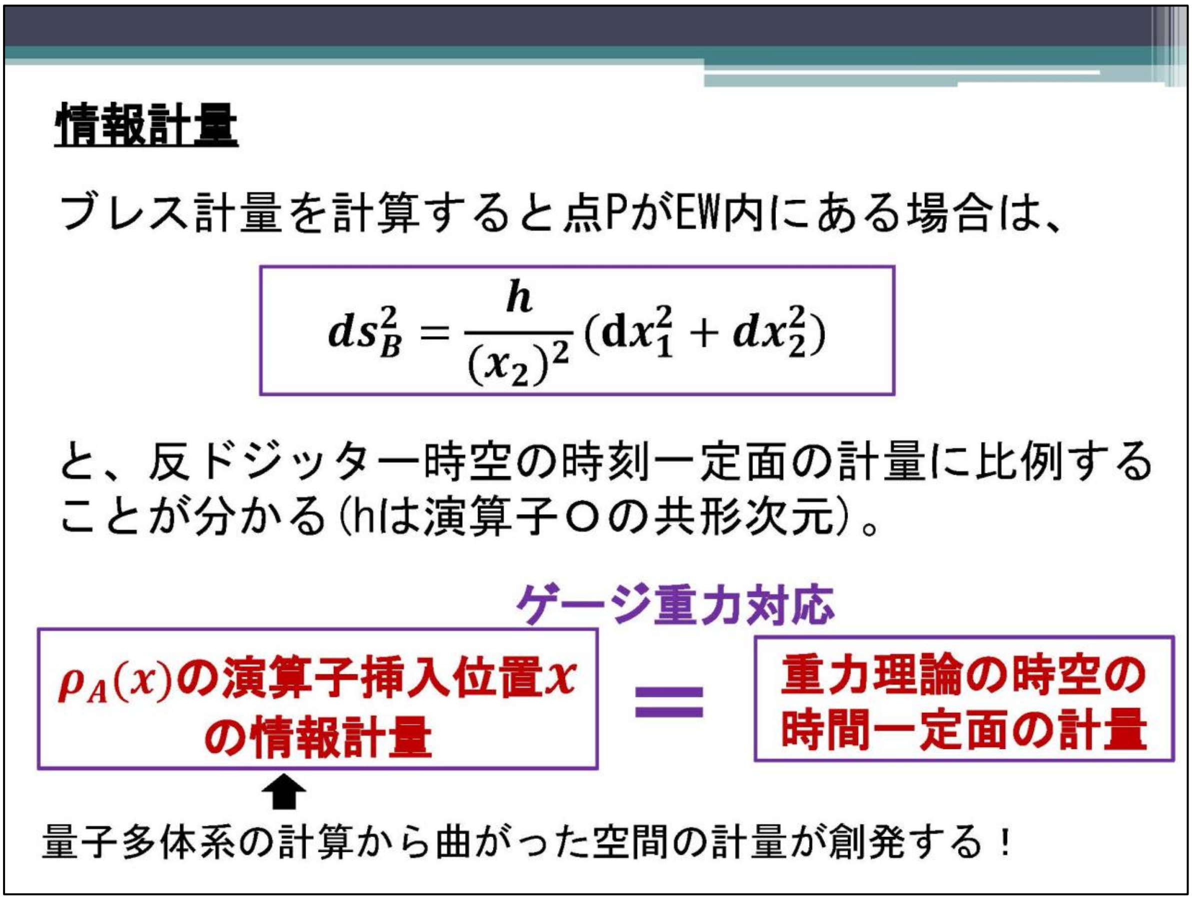
その時に出てくる、情報理論に出てくる面白いアイデアとして、「情報の距離とか計量」、「情報幾何」という学問があります。そういった考え方を使います。A のところの密度行列が P の位置を検出できるというのは、もし x と x’が違っていて、x の点が励起されたやつと x’が励起されたやつを考えると、これ違っていると、区別できるということになります。その区別できるかどうかというのは、距離を考えるのですね。状態の距離という概念を導入することができて、例えばその一つの代表例が「ブレス距離」と呼ばれているものです。こういうふうに定義します。状態ρがパラメータ x に依存する場合は、ブレス距離をこういうふうな形で定義すると。これルートをとってますが、ρとρ’が同じだったら 1 になるので距離が 0 になります。大体内積みたいなものだと思ってください。内積の混合状態の拡張。忠実度、Fidelity と呼んだりします。で、距離を測ります。微小距離を測るとこのパラメータに依っていて、ρというのがパラメータ x に依っていて、ちょっとだけ、dx ずらしたときの間の距離を見積もると dx の 2 乗で書けると。その係数を計量と、それがブレス計量と呼ばれているものです。



スライド　２８

こういうふうなことを考えて、細かいことは端折りますが、計量という概念を導入して位置を検出できるかというのを調べてみたと。その結果がここにある結果なのですが、いまウェッジがここにあって、ここの点を励起したとします。ここを励起した密度行列とこの点を励起した密度行列を比べます。そうするとこれ片方は中に入っていて片方は外に出てますよね。だからＡからしたらこれは全然違うわけで、これは入っているし入ってないと区別ができる。どういうことかといいますと、外の人から見ると、外側に出ているのは全部０です。全然関係ありませんと言っています。ですけどこの点にこれが近づくや否や、デルタ関数的にぱっと１まで上がります。ようやくここまできて同じものだと認識したということになります。これとこれ何が違うかといいますと、こっち側がゲージ重力対応に出てくる強結合の、すごく強く相互作用している場合の結果です。このときに一般相対性理論と対応します。こちらは逆に相互作用が全くない自由場の理論、全く相互作用していない理論です。それでもこれとこれは似ています。ですが大きな違いが出るのが２つ目の場合です。もともとのやつがＡという領域の外側に出てくると。それでこのあるｘという点を動かします。そうすると、外側にいる限り、これどっちも外側なのですが、Ａからすると分からないのですね。Ａの人はここしか見ること

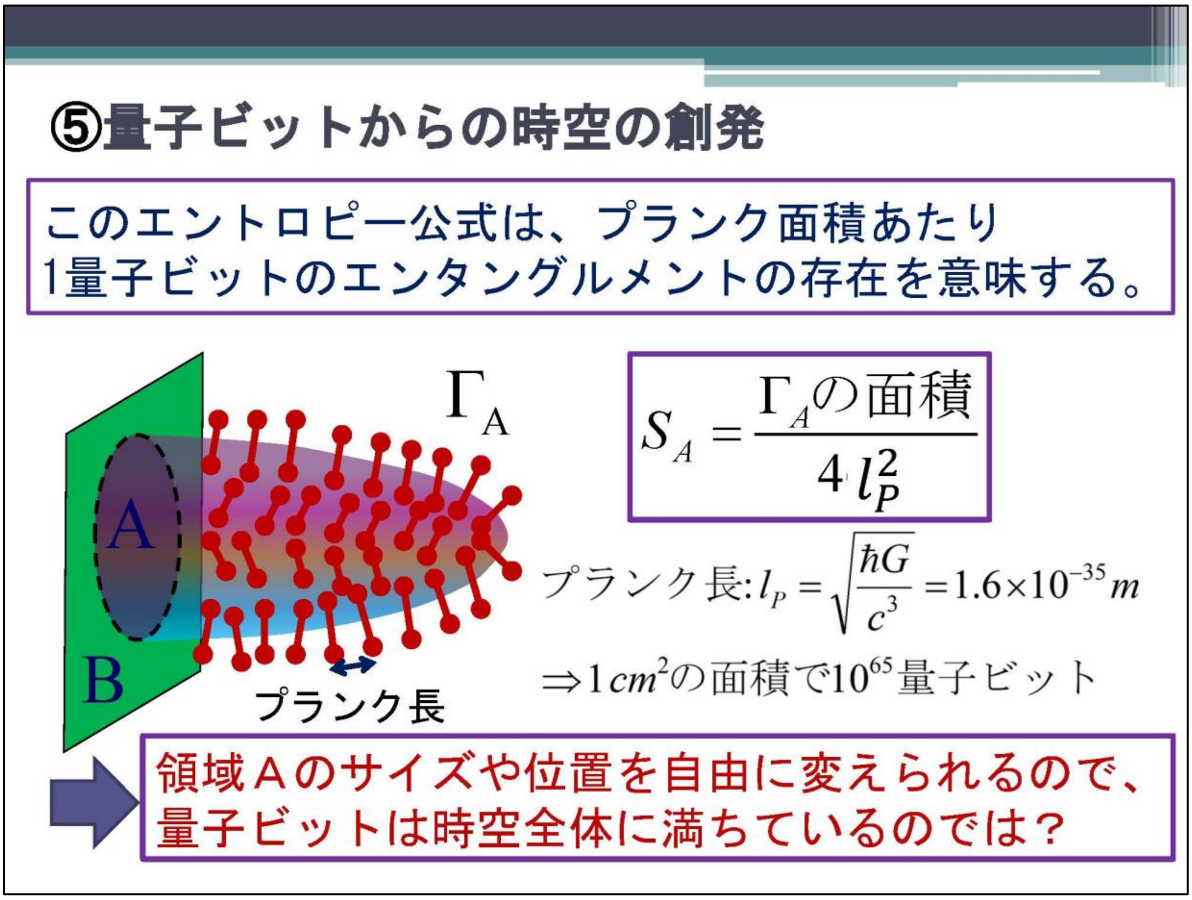
ができないのです。だから分からないからいつもこれ同じに見えて 1 に見えてしまう。ここでシャープに 0 に落ちる。これが入るや否や 0 に落ちて、確かに自分のところに来たということを検出する。これが起きるのはこういう強結合の場合の理論になります。このときに実際に AdS/CFT、ゲージ重力対応が成り立つことが期待されていますから、そういう意味ですごく sensible な結果なのですね。けれど一方で、全く相互作用していない理論で見るとこういう曖昧な結果になります。ですからこんなシャープなウェッジはないということになります。このような形で先ほどのエンタングルメント・ウェッジというものを実際に CFT から具体的に探ることができます。



スライド ２９

あともう一つ、それに出てくるちょっとしたボーナスとして、先ほど計量を計算したという話をしました。計量というのを計算するとどういう計量が出てくるか、実はこういう面白い形、これきれいな形をしていますが、これ実は反ドジッター時空、何度も出てきますが反ドジッター時空の時刻一定面の計量に比例しています。h というのは演算子の次元なのですが、それに比例した計量が出てくると。それは別にそんな変なことではなくて、場の理論の方で励起したのですけれど、それは反ドジッター空間の励起だと

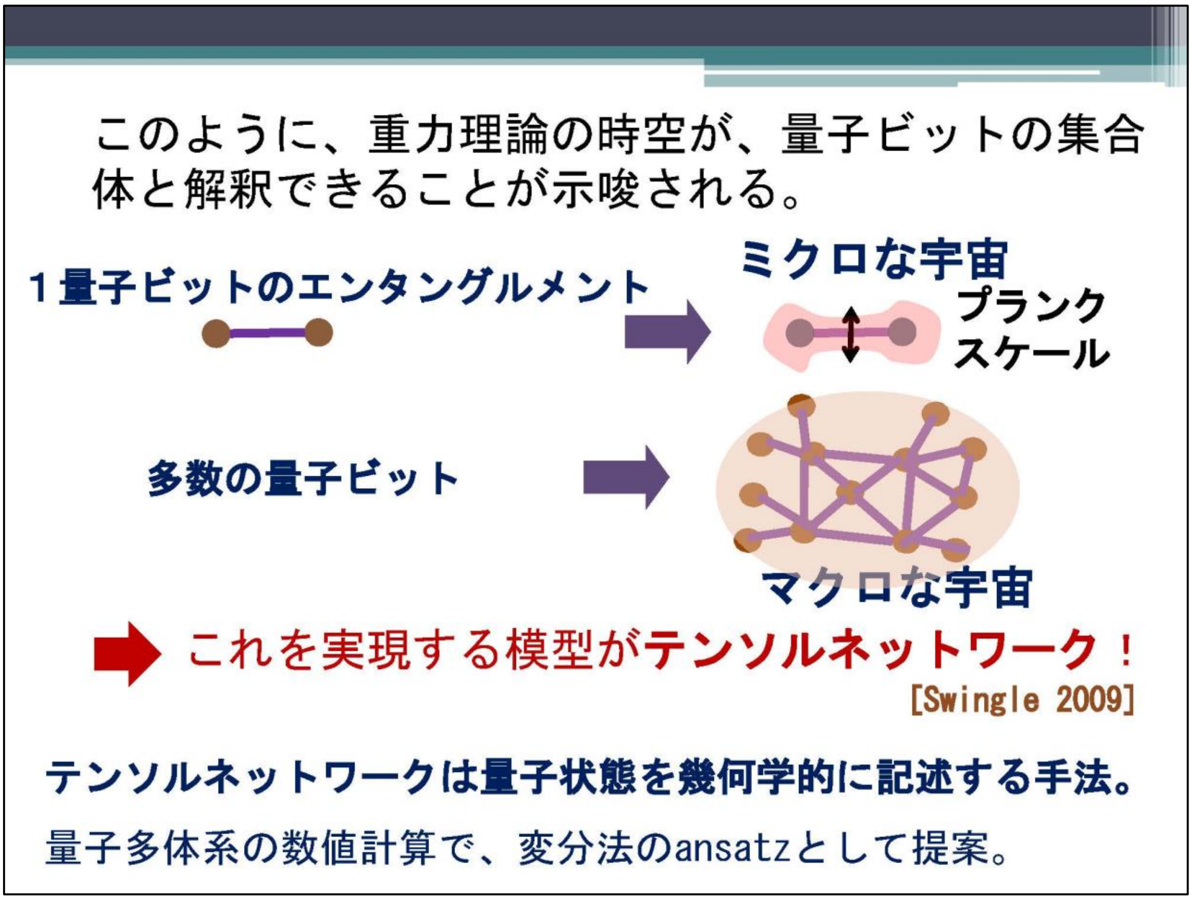
思うことができて、反ドジッター空間は違う点を励起したことに相当しますから、これとこれの情報の距離といったら確かに時空の距離になってもおかしくないですね。そういう形にして、純粋に量子多体系の計算から曲がった空間、元々これは平坦な時空にいる量子多体系なのですけれど、こういうことをすると曲がった空間の計量が出てきて、実際重力理論の時空の計量に比例するというものが出てくると。そういう意味で、ゲージ重力対応みたいなものを一つの立場で見てとることができるということになります。これでエンタングルメント・ウェッジの話は終わりにして、最後の話題をちょっとお話しさせていただいて終わりにしたいと思います。



スライド　３０

　こういった話は具体的に計算をして確かめて、何かと何かが等しいと、確かにそうなのですが、そういった話をもうちょっと掘り下げてですね、ちょっと野心的に考えて、これからどういうことができるのかというのを考えると、実はですね、重力理論の時空を創発することができるのではないかと、そういう話をしたいのですが、元々このエンタングルメント・エントロピーの公式ですね、これはどういうことを言っているかといいますと、この曲面の面積を 4 倍の Newton 定数で割ったもの、Planck 定数の言葉で

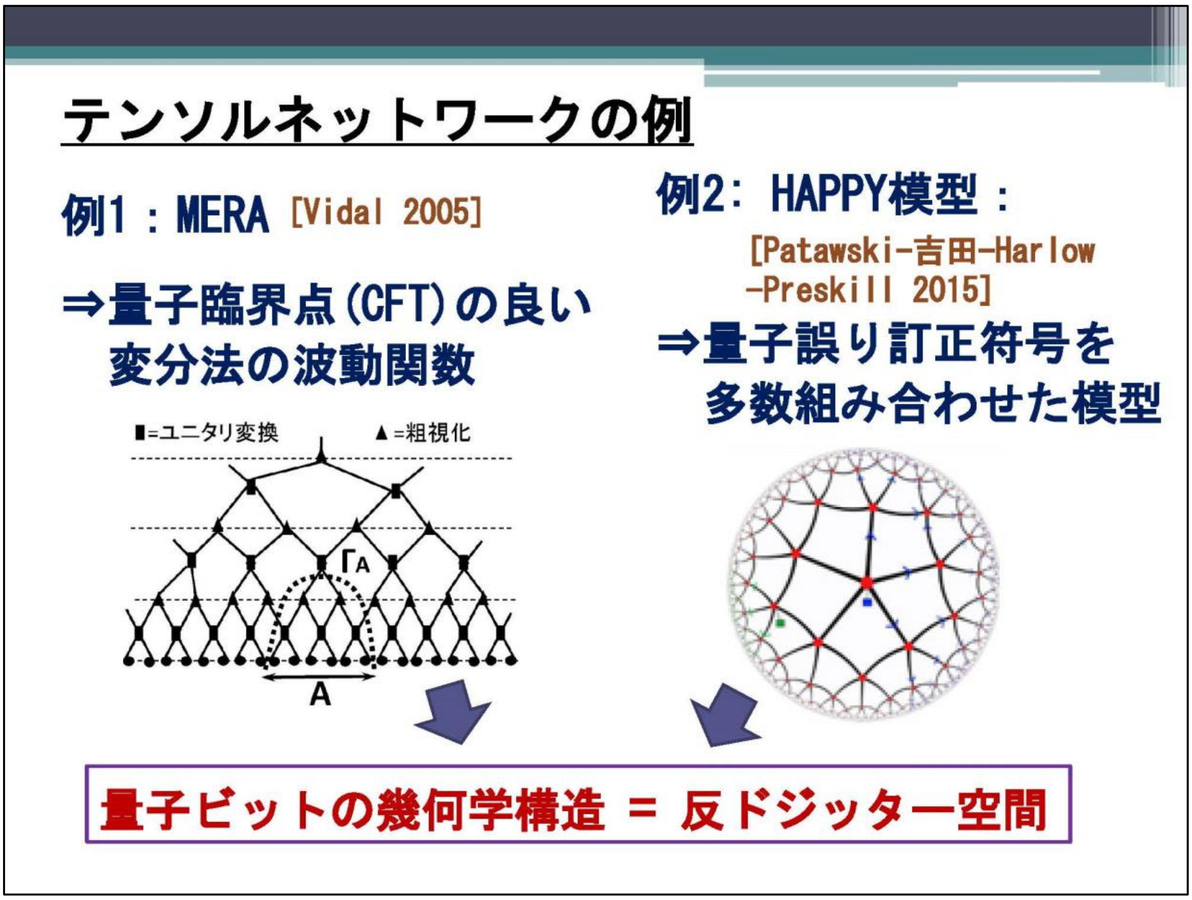
言うと Planck 定数のべき乗、4 次元だと 2 乗になります。エントロピーというのは先ほどお話しましたようにベル pair の数を数えています。ですので、このΓ_Aを Planck スケールで細かく分けていって、Planck スケールが 1 つの細胞、ユニットとして分けていったときに、それが何個あるかと、その何個あるかというのが分かると、それぞれの Planck ユニットの cell に EPR pair が突き刺さっているような、そういう状況になっているということを示唆しています。もちろん Planck 長がユニットということはものすごい数の量子ビットが時空にあるということなのですが、実際にブラックホールの場合とはちょっと違って A というのは好き勝手にとれるのですね。Artificial に切っているだけなので好き勝手にとれるし、大きさも変えるとここも好き勝手に動きます。という意味で、どんな場所でもこういうビットがあるということが示唆される。



スライド ３１

それを非常に野心的に考えると、こういった量子ビットというのが時空全体を満たしていて、それからマクロな時空が生まれてくるのではないかということが示唆されます。1 つの量子ビットしかない、EPR pair、1 個だとすごい Planck スケールのミクロな宇宙になります。けれども多数の量子ビットを重ね合わせることですごく大きなのができ

て、もしかしたら我々の宇宙もこうやって理解できるかもしれない。そういうふうな考え方。もちろんこれは単にアイデアなのですが、一つこれを実現する模型があります。それが「テンソルネットワーク」と呼ばれているものです。

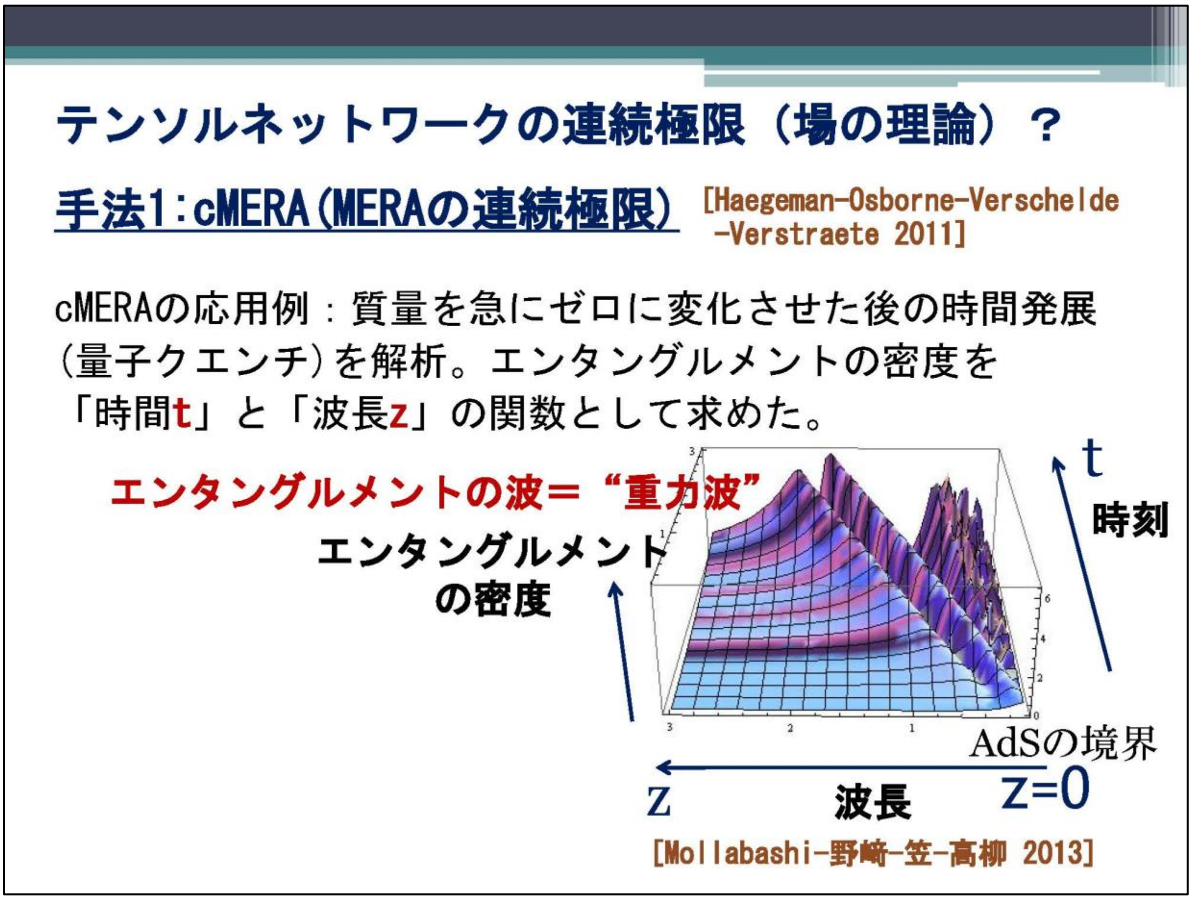


スライド ３２

テンソルネットワークというのが何かと一言で言いますと、量子状態、波動関数を幾何学的に記述する、こういうグラフで記述する、そういう手法です。量子多体系で、これは元々practical な分野で発展しまして、量子多体系の基底状態をなるべくいい精度で数値計算をしたい、そういうときに変分法の ansatz は何がいいかと、そういうふうにして考えますと、実は ansatz をとるときに、エンタングルメントが重要であるということがこれはかなり早い時期に気づかれました。

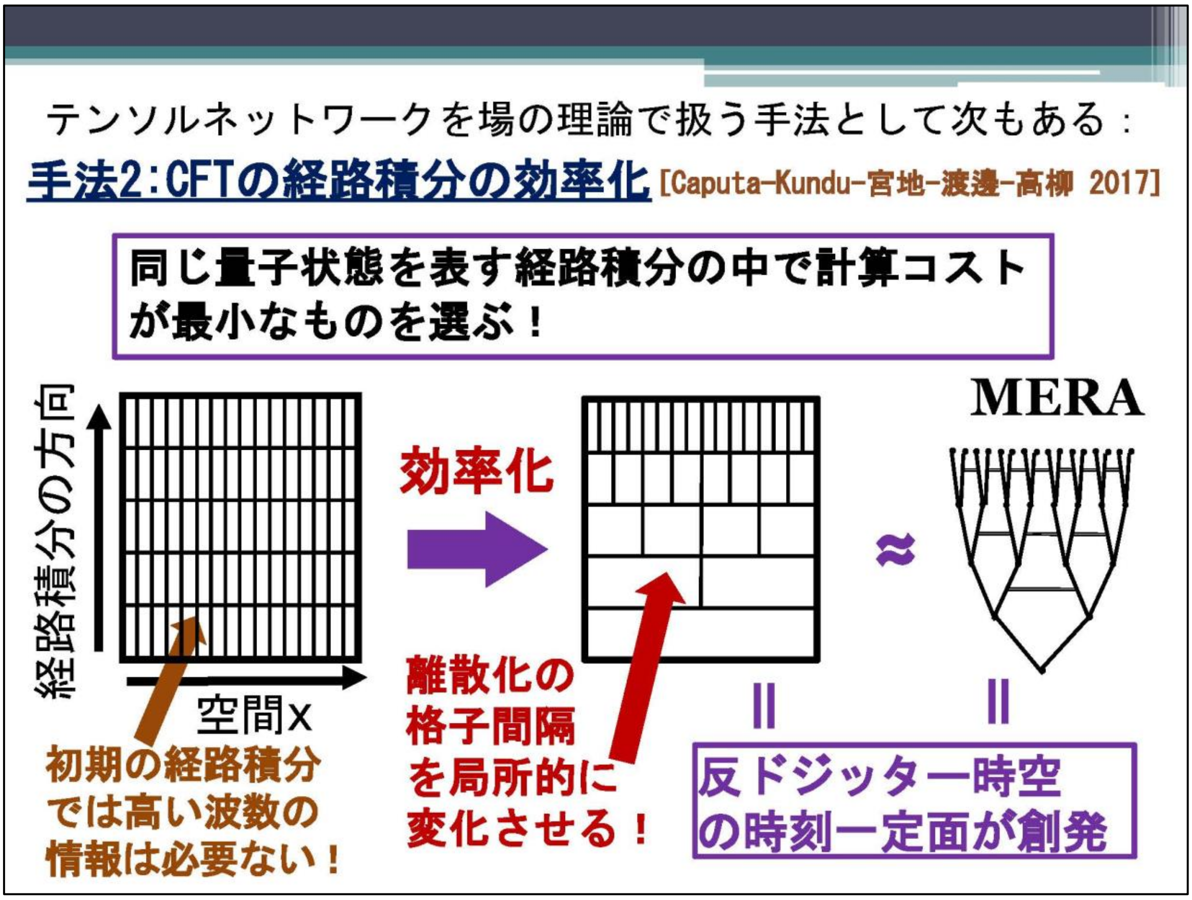
例えば共形場理論とか臨界点だとこんな感じのエンタングルメントを持っているということは理論的に予想できますので、それを再現するような ansatz を使えばいい。逆に言うとそんなにたくさんの、エンタングルメントが大きければ大きいほど計算コストは大きくなります。ですからそこまで用意しなくていいとかそういうことが分かるのですね。この範囲に絶対あるはずだとか、そういうような形で利用されて、その結果こ

ういうテンソルネットワークというグラフ型の面白い構造がでてきました。その例を例えば、ゲージ重力対応と深い関係で挙げますと、１つが MERA と呼ばれているものです。Multi-scale entanglement renormalization ansatz と呼ばれているのですけど、エンタングルメント繰り込みと呼ばれ、実空間繰り込み群の一つです。Guifre Vidal さんが開発したものですが、これは量子臨界点付近の良い変分法の試行関数、波動関数を与えます。絵で描くとこんな感じでいっぱいスピンがあってそれをだんだん粗視化していきます。こういうふうにユニタリ変換をしながら粗視化していきます。粗視化するだけだとダメなのですけど、ユニタリ変換を入れてエンタングルメントを切りながら粗視化をすると１点、１個のスピンになってしまう。例えばエンタングルメント・エントロピーの見積もりをすると、ここの領域と他のエンタングルメントはどれだけかというと実は適当に切ったらいいのですね。切ると、切ったボンドがエンタングルメントの起源になるのでこの数を数えることになります。ただ一番いいのはこの数を最小化した場合です。そのときに一番いい boundary が得られる、それがちょうど、先ほどもお話ししましたホログラフィーによるエンタングルメントの計算の公式とよく似ているという形で理解されてきたので、これはそうやってみると、ちょうど反ドジッター空間の時間一定面みたいな形に、これはあくまで定性的な対応なのですけど、見えると。あともう一つ、これをさらにパワーアップさせたモデルで、HAPPY 模型というのがあります。これは吉田紅さん達が 2015 年に見出したモデルなのですけど、これは先ほどちょっとコメントしました量子誤り訂正符号というのとゲージ重力対応が関係が深いといいましたが、それをうまく使って、量子誤り訂正符号はいろいろ知られているので、それを組み合わせて、この一つ一つ、各 vertex に一つの量子誤り訂正符号があるのですが、それを組み合わせてテンソルネットワークを作る。そうするとゲージ重力対応の良い toy model になっている。期待される性質は、例えばエントロピーがこの vertex の数になるだとか、実際にある部分が消されたときに再現できるかとか、そういうことがうまく再現できる、そういう非常に面白い模型になっている。等々ですね、量子ビットの幾何学的構造から反ドジッター空間の時間一定面みたいに解釈するというのが出てきているように思えると、定性的な話ですが、そういうふうになっています。



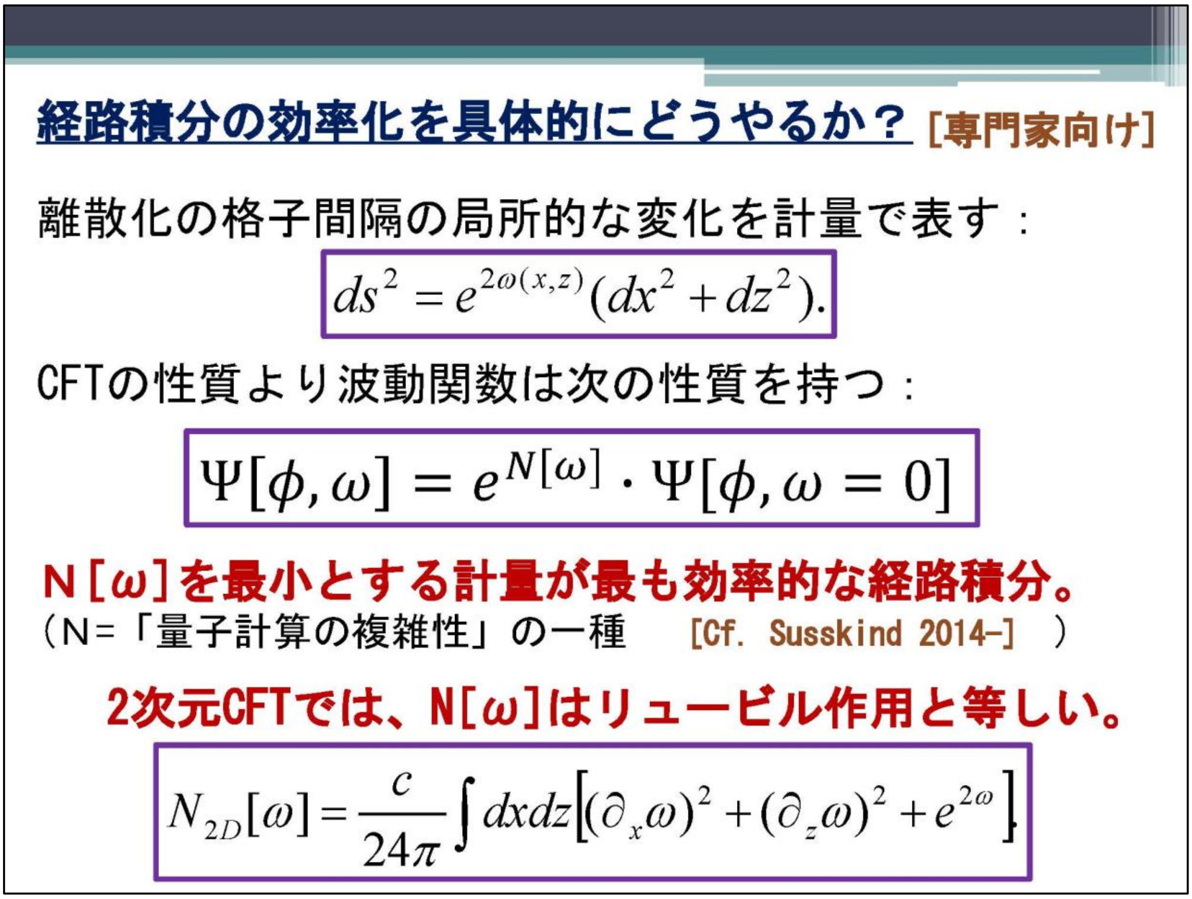
スライド ３３

Dynamics はどうかというと、例えばこういうふうな形で、cMERA、さきほどのMERA の連続極限をとったものなのですが。MERA の形は discrete ですね、けれど実際にゲージ重力対応ってこれの連続極限をとらないととなります。これを見ていてもDynamics はパッとは分からないのですが、時間発展はどうか、例えば cMERA と呼ばれている、場の量子論を使った解析法で―この人たちが開発したものですが―実際に時間発展を調べると―これは量子クエンチと呼ばれる、質量を急に 0 にとった時の時間発展を見たものですが、実際にエンタングルメントの密度みたいなものを見るとこういうふうに propagate している。これは自由場なので、先ほども出てきましたが実際にゲージ重力対応に対応するものではないのですが、なんとなく重力波っぽいものが見える。言い換えると、エンタングルメントというものが面積なのであれば、重力波というのはエンタングルメントの波であるはずなので、定性的になりますが、そういう振る舞いを見ることもできます。このように Dynamics というものを出すこともできます。



スライド ３４

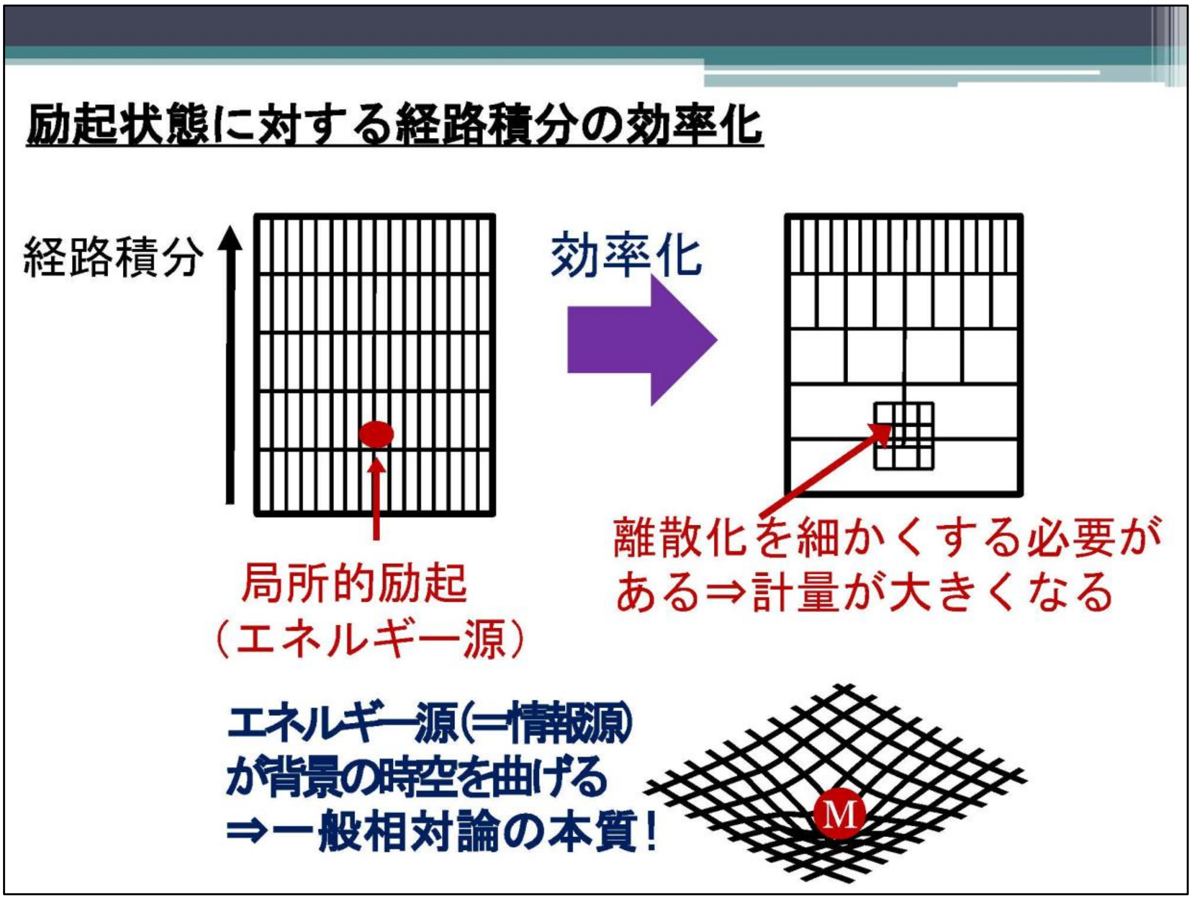
最後にですね、もう一つ連続極限というか場の理論でテンソルネットワークを扱う手法として我々がやっているものに、経路積分を使ったやり方があります。経路積分の効率化。経路積分で量子状態を定義します。ユークリッドに経路積分すると量子状態、ground state を作れますが、その経路積分は実は数値的にみると効率が悪くて、最初に input して path integral します。ですが最初のところの path integral は実はどうでもいいのです。initial state にあまり依らないのでよくて、そういうところを段々coarse-grain していく、粗視化する。なるべくシェイプアップして考えてやると、実は MERA みたいな、先ほど出てきたようなネットワークが出てくるのではないか。そうすると反ドジッターみたいなのが必然的に創発してくる。



スライド ３５

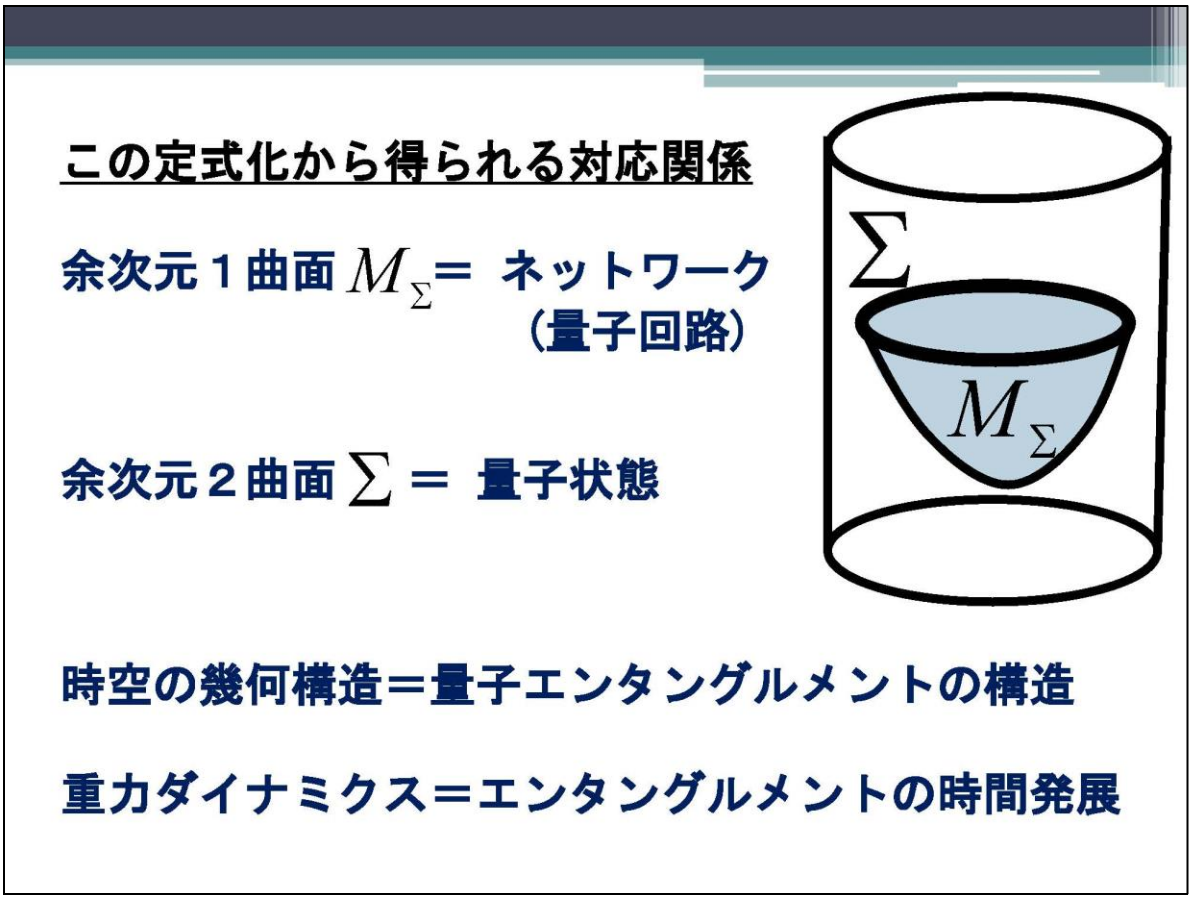
これはちょっと専門家向けのコメントなのですけど、実際にこれをどうやって計算するかというと、計量というのを導入します。計量というのを導入して、計量を変える。こういうのをワイル変換といいますが、局所的に変化させる。変化したときに、２次元共形場理論だとすごくいい性質がありまして、ワイル変換に不変になっていますので、波動関数は変わらないのですね。ただ波動関数の normalization だけ変わります。波動関数の normalization って普通は物理的に意味ない。確かにその通りなのですが、計算コストを考えると、大きな factor が出てくると計算が大変になってしまうので、それなりに意味がある、技術的には意味がある。それは、この factor というのは、いわゆるリュービル作用と呼ばれるものになることがよく知られています。c というのはこの２次元 CFT では central charge なのですけど。このリュービル作用というのはいろいろなところに物理では現れると思うのですが―可積分性とかいろいろなところに出てきますが―ここにも現れてきて、このリュービル作用というのを最小化するというのがある意味一番効率的な、計算コストが一番小さい計算に対応すると期待されます。それをやってみると確かに、書いてませんがこれが出てきます。反ドジッター空間の、もしくは双曲面の計量が出てくることが分かります。そのような形で、いつの間にか効率化みた

いなことをどうもやっているように、ゲージ重力対応はやっている、というようなことがうかがわれるということです。



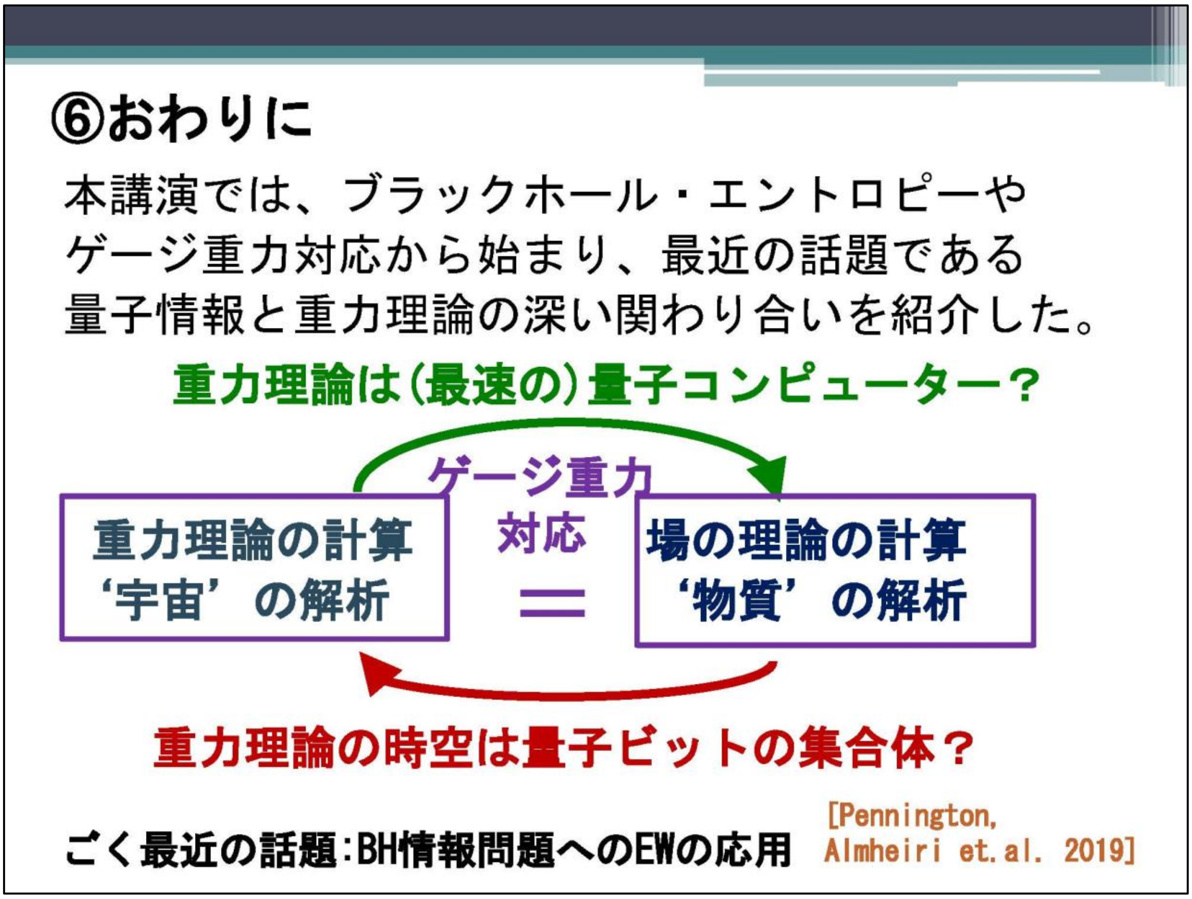
スライド ３６

もっと言うと、なんか物を入れて励起したとします。そうするとですね、情報をさらに追加したことになります。物を入れてしまうと、さっきみたいに coarse-grain するとまずいですね。情報が落ちてしまうのです。その分で back reaction、この部分だけ細かくしましょうと、そうしないと情報が落ちてしまいますよと。その細かくすることって、言い方を変えると、こっちの言葉では計量が大きくなることに相当します。そういう形で、一般相対性理論の一番基本的な性質として、エネルギー源ですね、エネルギーと情報って第１法則みたいな形で関係していますが、それがあると背景の時空を曲げます。そういうことがちょうどこの formulation でも起きているように見える。



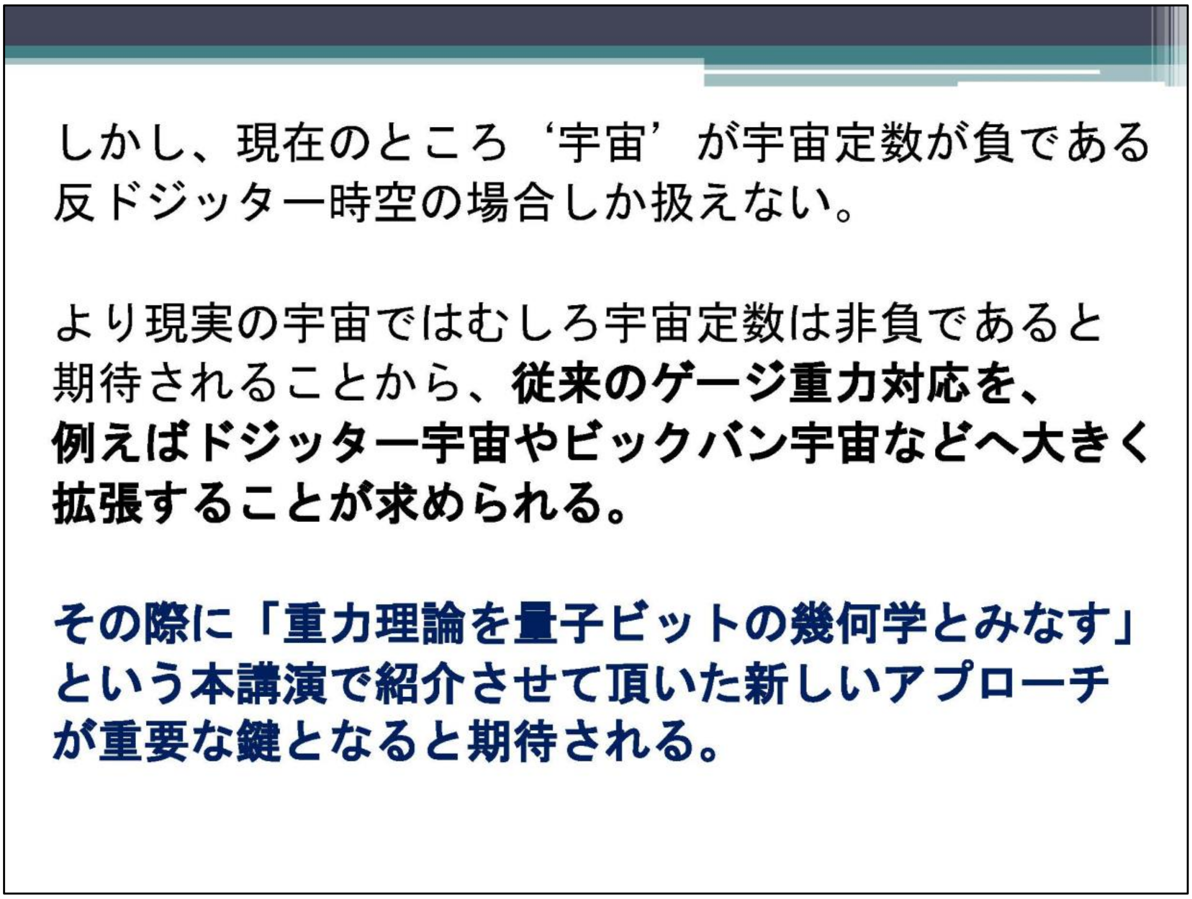
スライド　３７

まとめますと、この余次元１の曲面が、こういったところが path integral しているところがネットワーク、量子ネットワークのようなもの、もしくは量子回路、量子 circuit、うまく選んだのがたとえば量子計算機とかになるわけですが、そういう一つのバージョンになっていて、あとこのΣという余次元２ですね、時空が d 次元だと d-2 次元の曲面が量子状態を表す。path integral をした結果、経路積分をした結果、出てくる状態を表している。時空の幾何構造というのはエンタングルメントの構造になりますし、Dynamics になる、重力の Dynamics というのはエンタングルメントの時間発展になる。



スライド ３８

これで私の話は終わりにさせていただきたいと思うのですが、この講演ではブラックホールのエントロピーやゲージ重力対応から始まり、最近の話題である量子情報と重力理論の深い関わり合いを紹介させていただきました。重力理論の計算と場の量子論の結果が関係していて、こちらからみると、ある意味重力理論はすごく速い量子コンピュータみたいなものになっているのではないか、これはクエスチョンマークですけれど、そういうような期待もありますし、またこちらからみると「重力理論の時空は量子ビットから作られている」のではないか、そういうふうに双方の面白い関係がありますし、例えばすごく最近の、ここ１か月とか２か月ですごく盛り上がっている話題、ブラックホールの情報問題への応用というのもあります。今回時間がなくてお話しできませんでした。



スライド ３９

しかしですね、現在のところ宇宙と言っていますが、宇宙定数が負の反ドジッターの場合ですから、先ほどもちょっと言いましたがドジッターとか正の宇宙定数とかビックバン宇宙、そういったより現実に近い宇宙に今後トライすることが非常に重要です。ただその場合に基礎的な理解が必要で、そういうときにこういう量子情報的なアプローチが役に立つのではないかなというふうに思います。

スライド ４０

最後にこれは我々の研究グループの紹介です。これは我々の素粒子論グループで、今年この” It from Qubit” の大きなスクールを開催しました。これは我々のグループの勉強会の様子です。どうもご清聴ありがとうございました。

【司会】

どうもありがとうございました。それではもう一度高柳先生に拍手を。

【司会：大栗先生のご略歴】

大栗先生の紹介をさせていただきたいと思います。

大栗先生は京都大学の理学部を卒業され、修士を取られた後に、この東京大学の理学部の助手になられて、理学博士は東京大学で取られています。その後、Princeton 高等研究所の研究員、Chicago 大学の助教授、京都大学の数理解析研の助教授、California 大学 Berkeley 校の教授、California 工科大学の教授になられて現在に至っています。2018 年からは東京大学の カブリ数物連携宇宙研究機構の機構長もされています。

大栗先生は非常にたくさんの業績がありますので、これ全部紹介すると 1 時間かかるので、その中からピックアップするとですね、全部素晴らしいのですけれど、2008 年のアイゼンバッド賞、2008 年フンボルト賞、2009 年高木レクチャー、それからもちろん 2009 年には仁科記念賞を受賞されています。2012 年にはサイモンズ賞というのを取られています。それ以外にも非常に広く科学の啓蒙にも非常に活躍されておりまして、2014 年には講談社の科学出版賞も受けられています。一番最近では、2019 年に、紫綬褒章を受章されています。

今日のお話は「量子重力の条件」ということでお話をしていただきます。大栗先生どうぞよろしくお願いします。

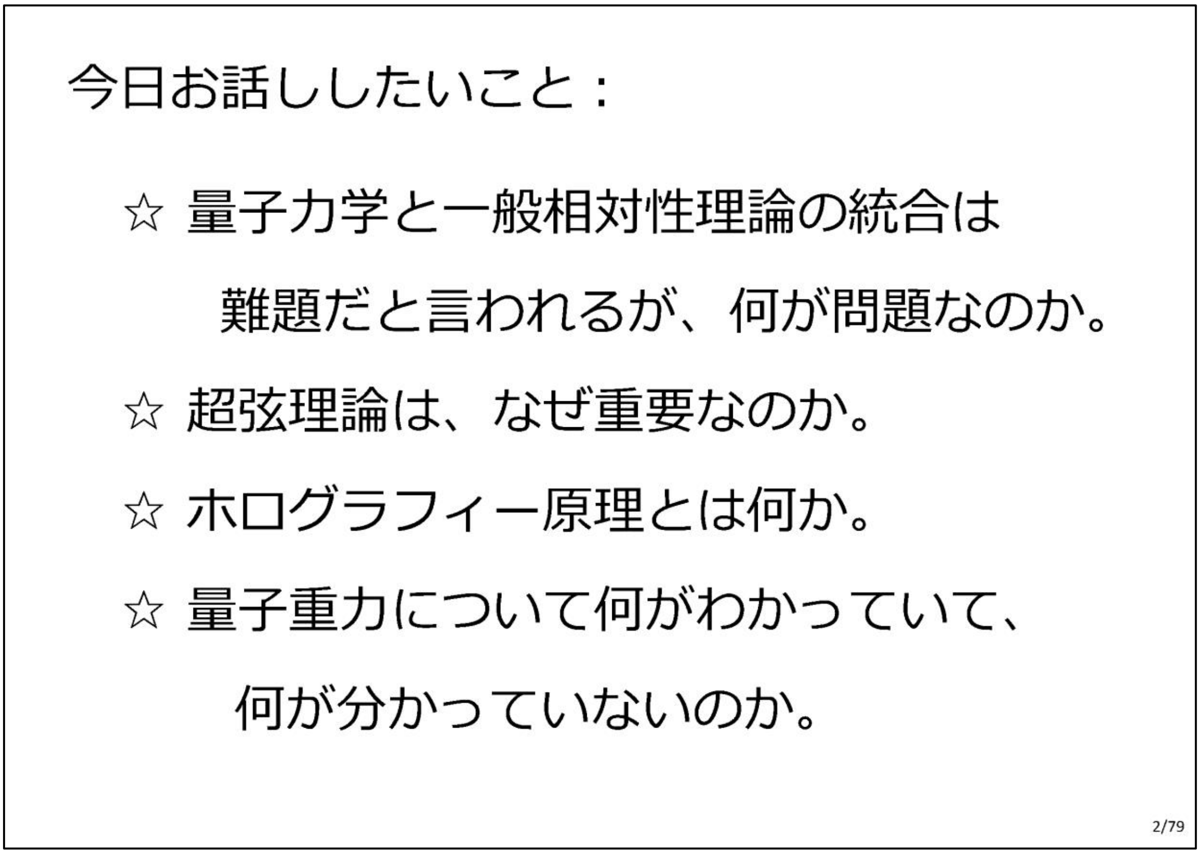
スライド １

さっきご紹介ありましたように 10 年前に仁科記念賞をいただきまして、そのときの仁科記念講演会では益川敏英さんがお話になりました。僕は彼のように含蓄のある話はできないかもしれませんが。

今日受賞される岩佐義宏さんにもおいでいただいていますね。（岩佐さんの方を向いて）「おめでとうございます」。

さきほど、藤川和男さんが「String 理論で仁科記念講演会というのは初めてなのだよね」とかおっしゃっていました。藤川さんに「しまった」と思われないようにしたいと思いますので、よろしくお願いします。

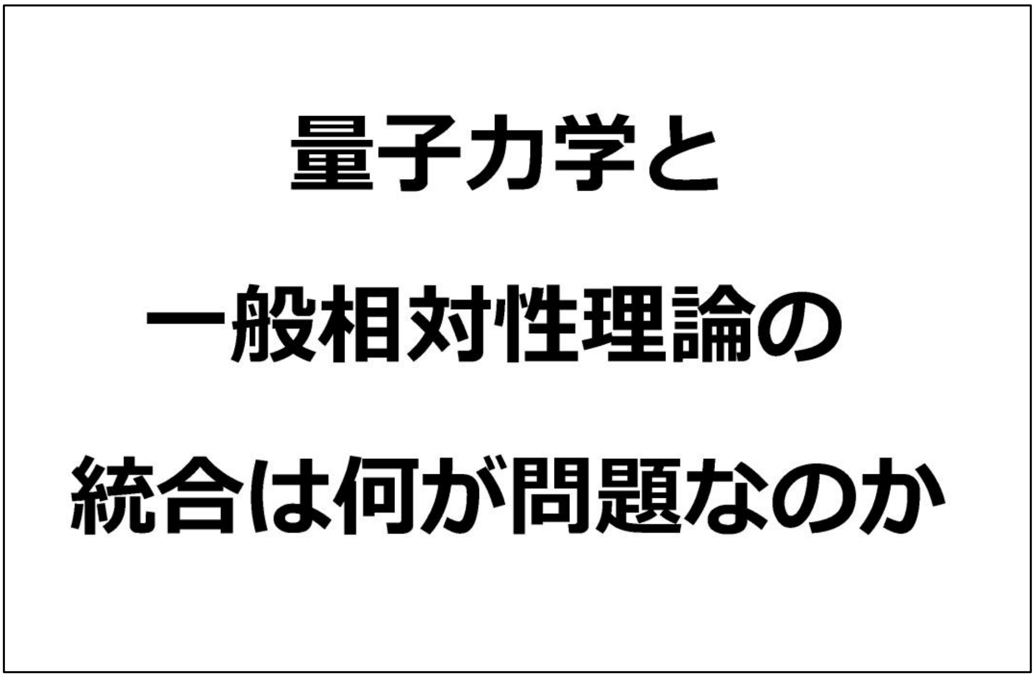
「量子重力の条件」というのがどういうことか—これからお話ししたいと思います。



スライド 2

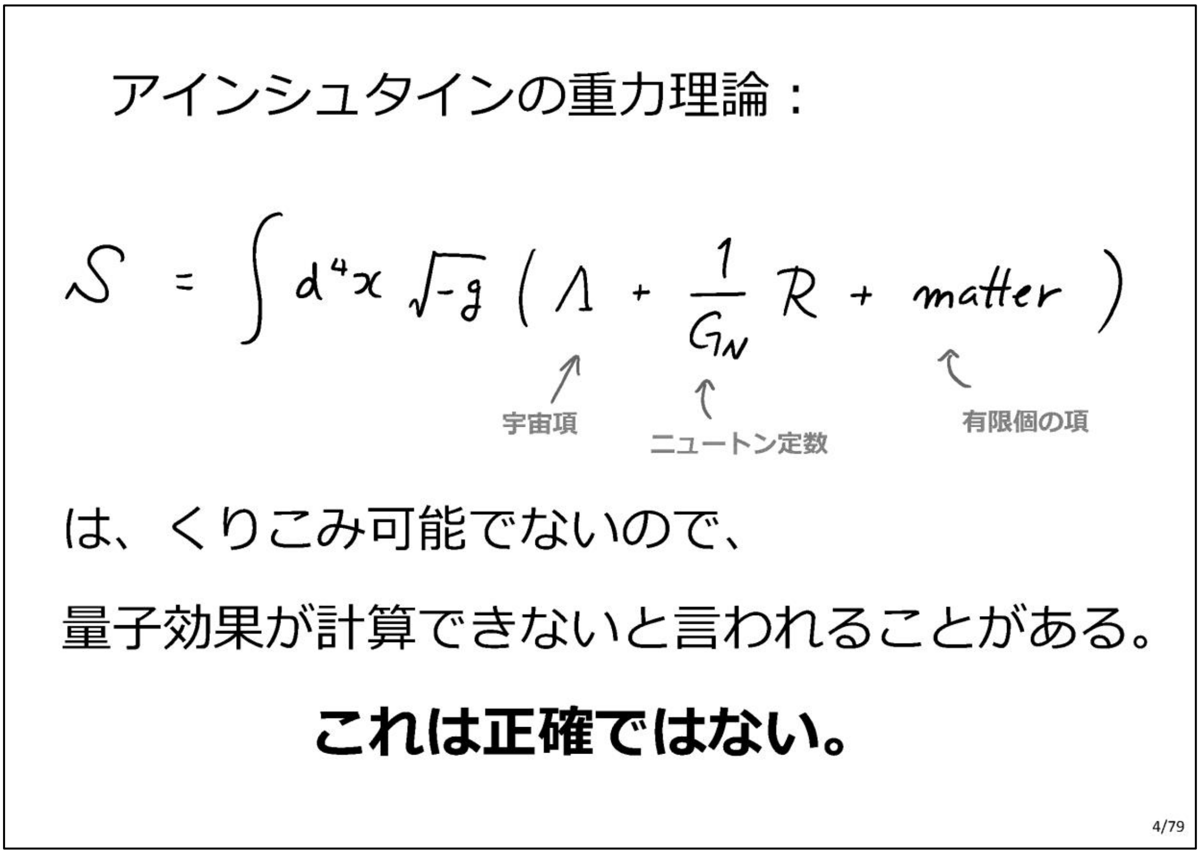
そもそも量子力学と一般相対論の統合は難しいから String 理論をやるのだというわけですけれど、何が難しいか、それを最初に説明したい。

その中で超弦理論とか、ホログラフィー原理というのはどのように重要か。先ほどは、ホログラフィー原理とはなにかについてエンタングルメント公式の創始者である高柳さんからお話がありました。僕はむしろ彼の結果を道具として使うという立場です。そこで、先ほどお話しされたのをもう少し繰り返すことになりますが、それを復習して、それを使って「量子重力の条件」をご説明します。そして、今のところどこまでが分かってどこまでが分かってないか、そういうことをお話していこうと思っています。



スライド　3

そもそも何が難しいかということをお話しします。

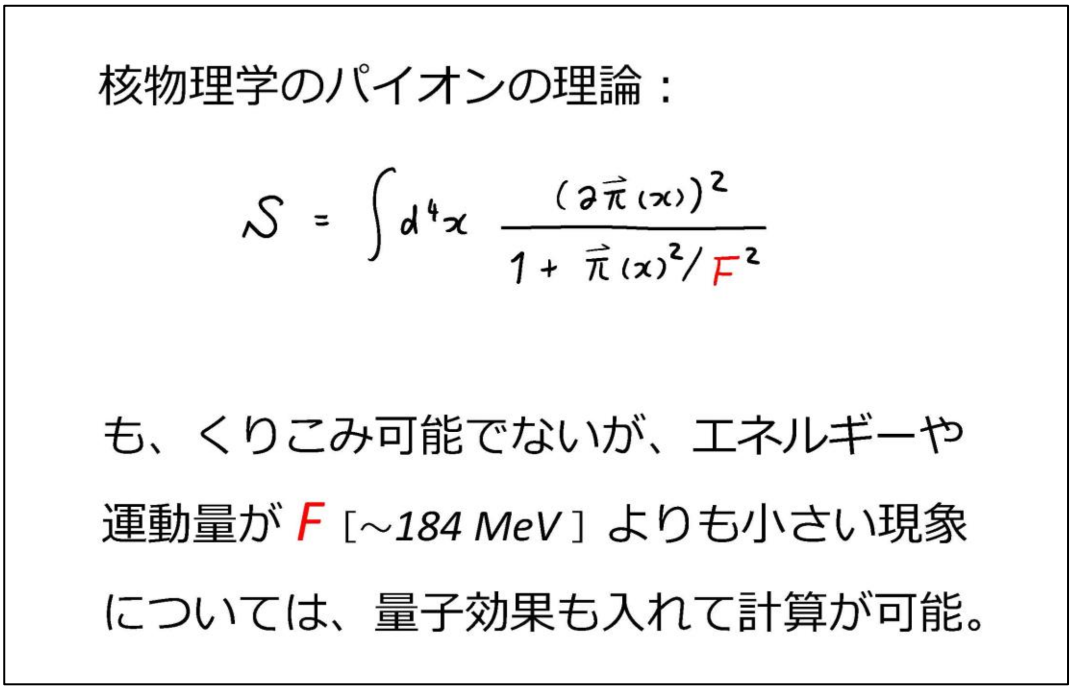


スライド　4

量子重力をやっている人に量子重力はどこが難しいのと聞くと、よくある標準的な答

えは、このように 4 次元でラグランジアンを書くと、宇宙項があって、Einstein-Hilbert 項があって、あといろんな物質場を有限個入れるわけです。それでこれを量子化しようとするとくりこみ可能ではない。4 次元だとこの Newton constant が次元を持っていて、それで普通に power counting するとくりこみ可能ではない項がいっぱい出てきてしまうというわけです。

でもくりこみ可能でないから計算できないかというと—まあそれは事実なのですけれども—でもそれは事実のある側面しか語っていないのですね。



スライド 5

例えばですね、パイオンの理論というのが核物理学であるわけですけれども、パイオンのラグランジアンなんてこんなふうに書いたりします。このラグランジアン、これもくりこみ可能ではないです。だけどこんなの平気で使ったりするわけですよ。何故かというと、ここに F というパラメータがあって、184MeV か何かなのですけれども、これよりも十分にエネルギーが小さいような現象だったら、こんなラグランジアン使っても別に何の問題もないですよね。

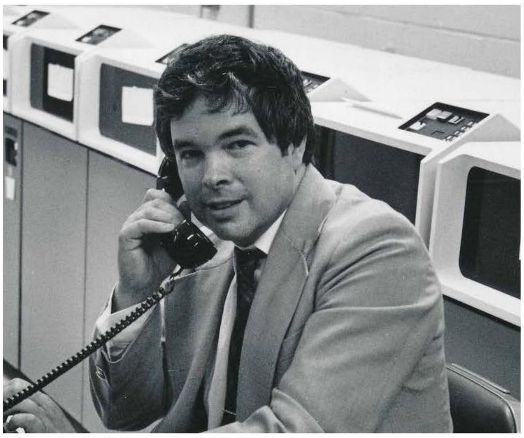
核物理学のパイオンの理論：

$$S = \int d^4x \, \frac{(\partial \vec{\pi}(x))^2}{1 + \vec{\pi}(x)^2/F^2}$$

観測可能量を、エネルギーや運動量でべき展開した各次数の項は、有限個のパラメータのくりこみで計算できる。

スライド 6

Physical observable 、観測可能量ですけれども、エネルギーや運動量でべき展開してやると展開の各々の次数というのは、有限個のパラメータのくりこみで計算できるから、きちんと計算してやることができる。



Kenneth G. Wilson (1936 - 2013)

スライド 7

こういう考え方をもっと正確に formulate したのが Wilson さんです。

ウィルソン (Kenneth Wilson) 流の考え方：

パイオンの理論は QCD の低エネルギー近似。

QCD の経路積分をするときに、低エネルギーの

自由度であるパイオン場だけは積分しない。

⇒　**有効理論**

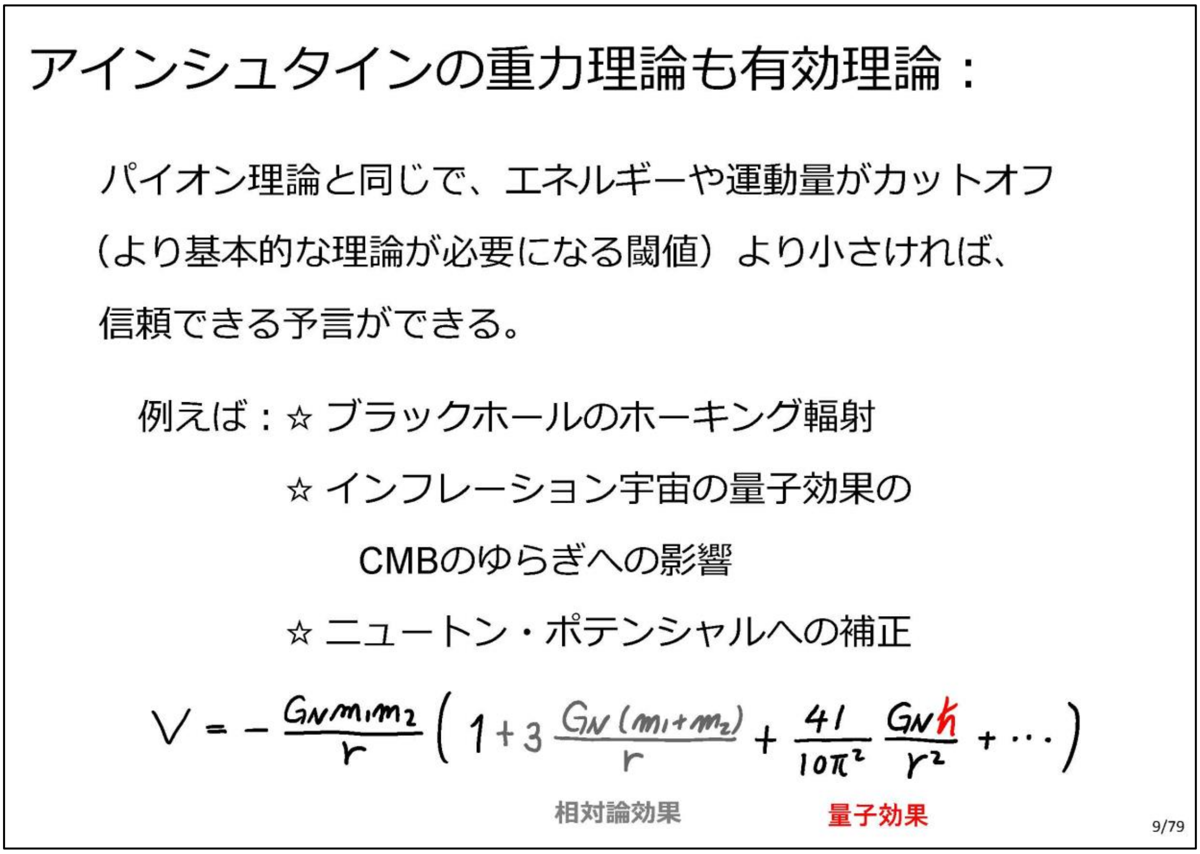
くりこみ可能でなくても、量子効果も含めた予言が

できて、実験的にも検証されている。

スライド 8

Wilson 流の考え方をすると、ここに書いたパイオンのラグランジアン、パイメソンのラグランジアンというのは、実は QCD の低エネルギー近似です。QCD をきちんと数学的に定義しようというのは、あの有名なクレイ数学研究所のミレニアム数学問題の一つとしてあるくらいですから、QCD というのは「数学的にも」存在する理論だと思われているわけです。そういう存在する理論を近似すると、こういうふうになると考えているわけです。

具体的に QCD の path integral をするときに low energy の自由度だけとっておいて、他の物を全部積分してやると、有効理論としてこういうものが出てくると思っているわけです。そういうような状況では、くりこみ可能でなくても低エネルギーの計算はきちんとできるというわけです。



スライド 9

それで Einstein の重力理論。これもだからまあくりこみ可能ではないというけれども、低エネルギーの計算をするのだったら、これでも別に何の困りはしないわけです。

実際、パイオンのときは F という 184MeV という数字があったわけですけれども、それに対応するのに Planck エネルギーというのがあり、それよりも十分低いエネルギーの現象でしたら量子重力現象でも先ほどのラグランジアンできちんと計算できるわけです。

先ほど高柳さんの話にあったブラックホールの Hawking 輻射っていうお話がありますが、これは別に超弦理論を使って計算したわけではなくて、こういうラグランジアンで計算して、温度を求めてエントロピーを決めたわけです。それで、皆信じてこれはどうやって説明しようか考えているわけですから、そういう計算はできるわけなのです。

それから例えば、インフレーション時代というのが宇宙の初期にあったと思っているのですが、そこから量子効果を計算すると、宇宙マイクロ波背景輻射が揺らいでいるということが予言できるわけです。これは実際観測もされているわけですから、これもやっぱり量子重力の計算が検証されていると言えるわけですね。

これはちょっと面白い例なのですが、Newton ポテンシャルへの補正を計算すること

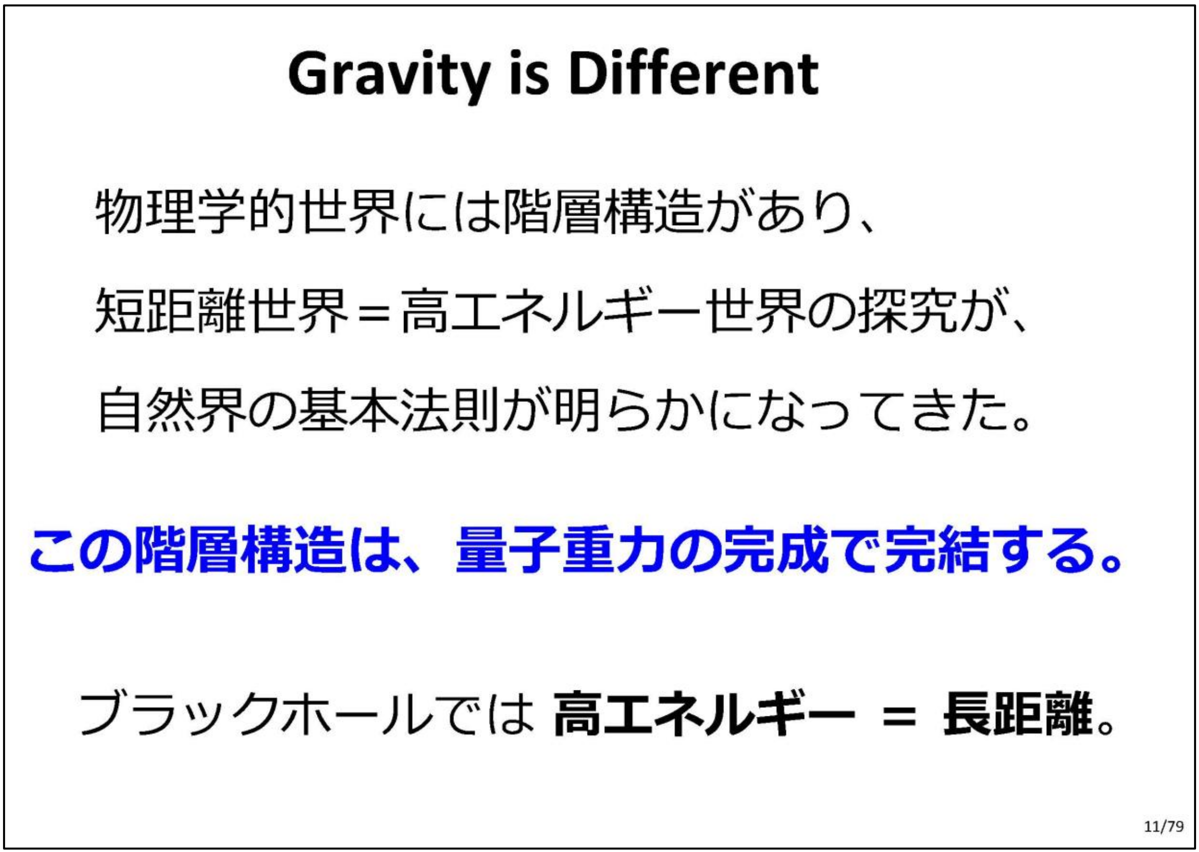
ができます。質量があって、Newton coupling があって、古典的な相対論の効果を入れると、3 かける何とかという数字が出てくるわけです。例えば 1 loop の計算をしてやると、重力だったら、重力の 3 点 coupling があるからまあこんな計算、これ発散するわけですけれど、これを繰り込んでやると $41/10\pi^2$ とかいう係数が出てくるのですね。これ、きちんとした数なのですよ。これ Einstein term しかないときに計算したのですけれども、例えば electron とかがあったら、ここの係数が変わって、この係数はやはりきちんと計算できるのですね。こういう計算したことがある人のために補足説明しますと、これは log 発散しているから log の前の係数はきちんと計算できる、そういう話なのですけど、だからこういうラグランジアンを使っても量子計算ができるのですよね。

もちろん何でもできるわけではなくて、例えばエネルギーが Planck スケールくらいになったときというのは計算できないわけです。それはだからもっと良い理論を使わないといけないわけだけれども、低エネルギーの計算をしている限りでは大丈夫、そう思うわけです。

ウィルソン流の
くりこみ理論は、
重力理論に使えるのか？

スライド １０

今日私がお話ししたいのは、「今の話は本当にそうなのかよ」ということです。Wilson 流の考え方を重力にそのまま当てはめるとそうなのですけれども、本当に Wilson 流のくりこみの理論というのは重力に使っていいのかということなのですね



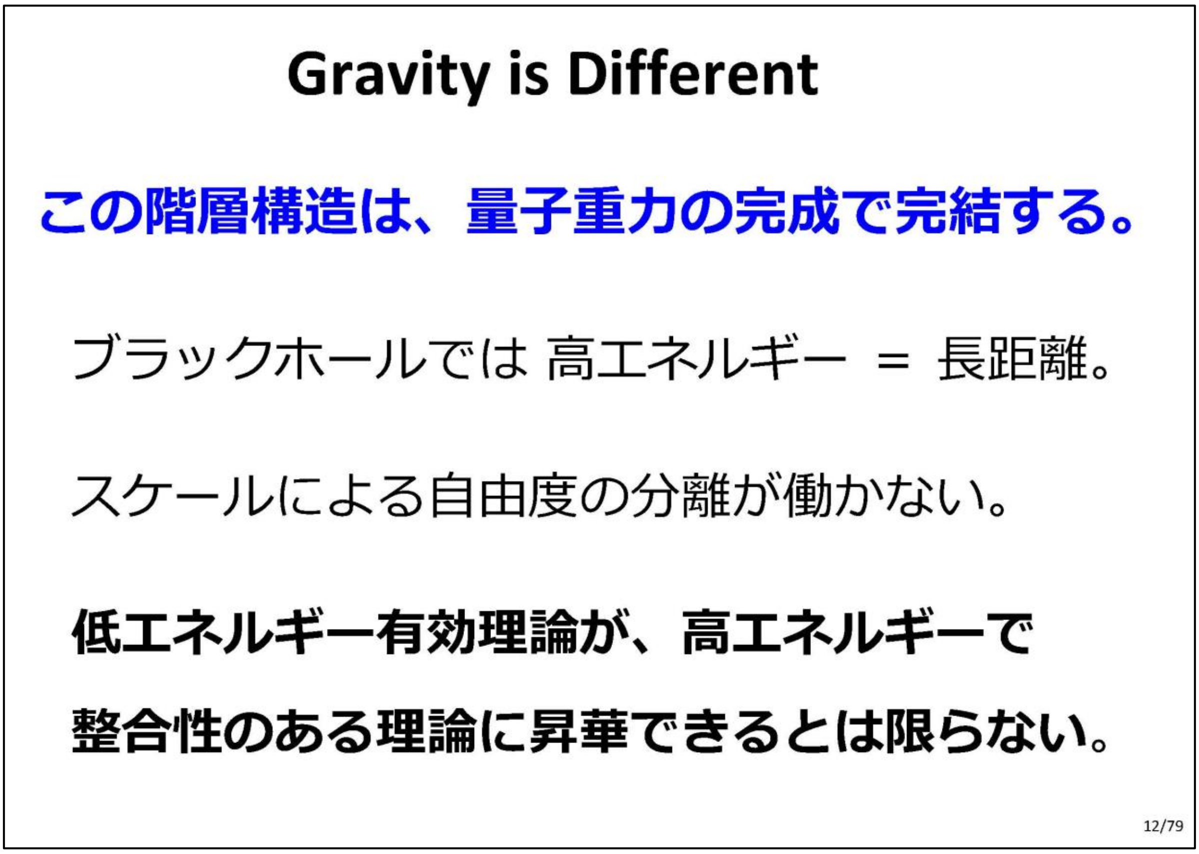
スライド １１

Wilson 流のくりこみというのは、長さとかそういうものがあって、それで高エネルギーの自由度を先に積分して低エネルギーの有効理論を作るというそういう考え方ですよね。そういう時には、低エネルギーと高エネルギーの自由度がきちっと分離している必要がある。高エネルギー、低エネルギーという、物理でいうと不確定性原理で、長さが短いところと長いところです。そうすると長さがきちんと分離してないといけない。でも量子重力理論というのは幾何学を量子化したものですから、そうすると長さの概念というのがあいまいになるかもしれない。そういうときに本当にくりこみ理論を使って良いのかという疑問があるのです。

これまではそうではなくて、物理世界には hierarchy というのですが階層構造があって、どんどん短距離の世界に行くとより基本的な法則があると僕らは思ってきたわけです。そういうふうにして物理学が進んできて、素粒子物理学というのは特に短距離の世界を調べていくことで、自然界の一番基本的な法則を明らかにしようと、そういう学問なのですけれども、この階層構造というのは実は量子重力が完成したら完結するというふうに普通思われているわけです。

いろんな議論があるのですけれど、一つは、あまりにエネルギーが高くなると遂には

ブラックホールができて、ブラックホールができると、今度は event horizon のサイズというのはエネルギーが高くなると逆に大きくなってきますから、エネルギーが高くなるほど短距離に行くというこの進み方というのは、ブラックホールが関与してくると終わってしまうのですね。逆にブラックホールになると高エネルギーになるというのは、Horizon のサイズが大きくなりますから、距離が長くなるということなのですね。



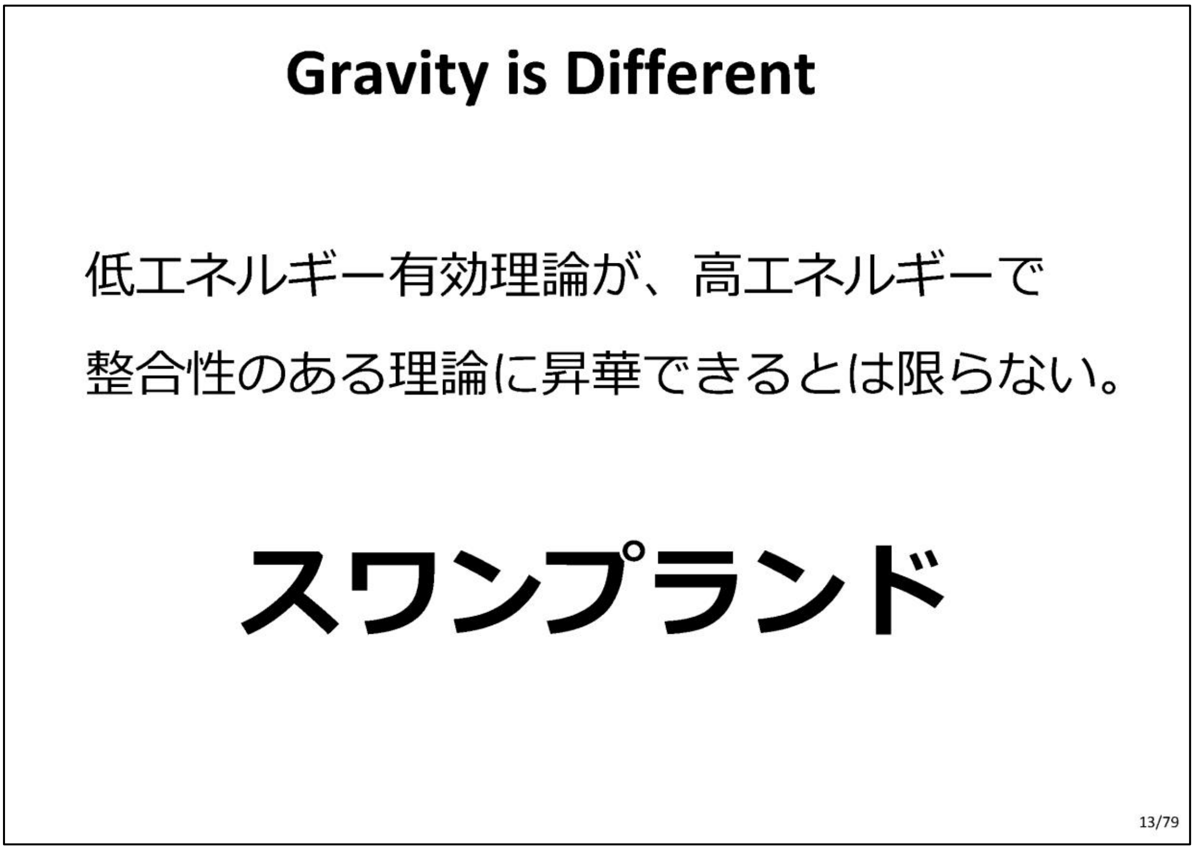
スライド １２

だから、こういう hierarchy の進み方というのが変わってしまうというふうに考えられていますね。ブラックホールでは逆に高エネルギーは長距離、短距離ではなくて長距離になってしまう。こういうことがあると、スケールによって自由度の分離が効かないわけですから、Wilson 流のくりこみの考え方というのが本当にできるのか。

Wilson 流のくりこみの考え方が使えるときには、例えば、low energy effective theory の考え方というのは、低エネルギーの自由度をまず見つけて、クオークがあるとしたら、それが結合してパイオンになるということがあらかじめ分かっていたら、パイオンのラグランジアンを書いてみようと思うわけです。そうすると、どういうふうにしてさっき書いたようなラグランジアンを書くかというと、まずパイオンという場があって、いろいろな対称性とかが分かっているから、それで許される全部の項を書いてやろうと、そ

うやって書くわけです。

そういう時の基本的な考え方というのは、自由度が分かっていて許される項を全部書いたら、そういう理論というのは必ず高エネルギーで整合性のある理論に昇華できるのではないか—そういうふうに期待している—それが Wilson 流の考え方だと思うのです。だから effective action というのは何でもありだと、その何でもありの effective action というのは全部高エネルギーに行くという理論に昇華できる。そうすると低エネルギーの世界だけできちんと理論が分かりますよというのが Wilson 流の考え方なのですけれど、重力の場合には、どうもそうではないのではないかということがここ 10 年 20 年の間に分かってきたのですね。

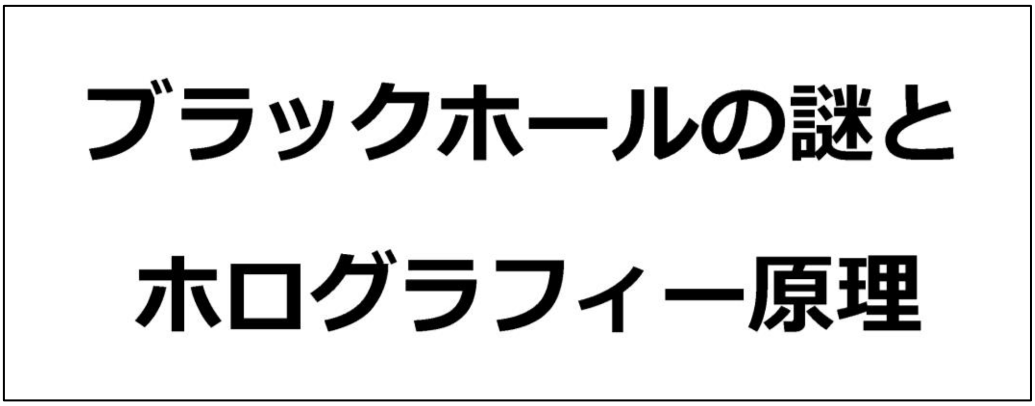


スライド １３

ちょっと面白いことかなというので—今日はそのお話をしようというので—これにはスローガンがあって「スワンプランド」という言葉があるのですね。

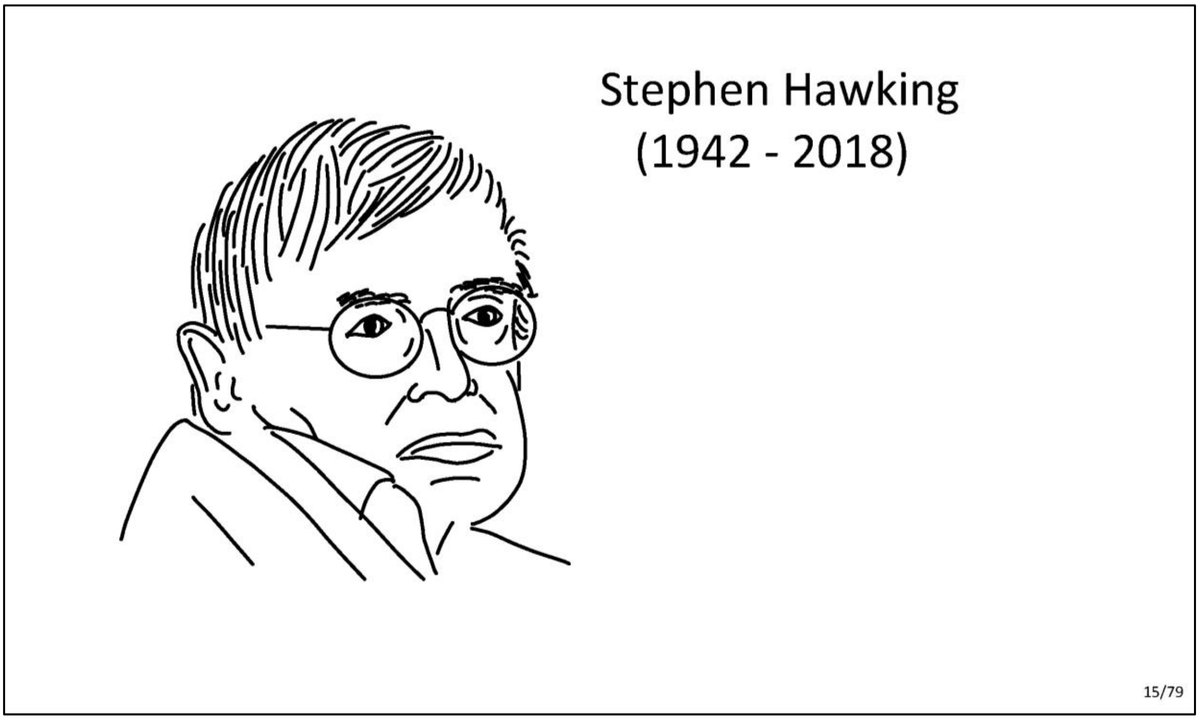
これは僕の親友の Cumrun Vafa さんという Harvard の人が考えた用語なのです。物理の世界で低エネルギーの有効理論の世界を Landscape というふうに呼んだりします。許される理論の全体を Landscape と。普通の場の量子論の場合には、どんな low energy ラグランジアンでも Landscape だと思っている。でも重力が入ってくると、Landscape だと思って、家を建てようと思ってそこに踏み込んでみると、実はLandscape ではなくて「沼地」だったと、そこには高エネルギーの理論は実はなかったというような状況があったりする。そういうものを「スワンプランド swampland」と呼んだのですね。だから一見許されるような低エネルギー理論であっても、実はそれは高エネルギーに行くと矛盾が生じてしまうと、そういうようなものをスワンプランドと呼ぼうというのを Vafa さんは今から 14 年位前かな、提唱しました。

僕もそういうのをいろいろ研究したりしているので、今日の後半ではちょっとそういうお話をしようと思います。スワンプランドを見つける方法、スワンプランドの条件を見つける、だから重力の理論では、今申し上げた低エネルギーでラグランジアン書いても、それがきちんと consistent に高エネルギーになっていないかもしれないと、そういう例を作ってやろうじゃないかと思うわけですけれども、その時に使う有効な道具がこの「ホログラフィー原理」と、それから「笠-高柳の公式」、それから「それに伴ういろいろな発展」なのですね。ですからここから 20 分 30 分くらいの間は高柳さんの話を少し復習も兼ねてですね、お話しして、それを使って、スワンプランドのことを探索していこうと思います。



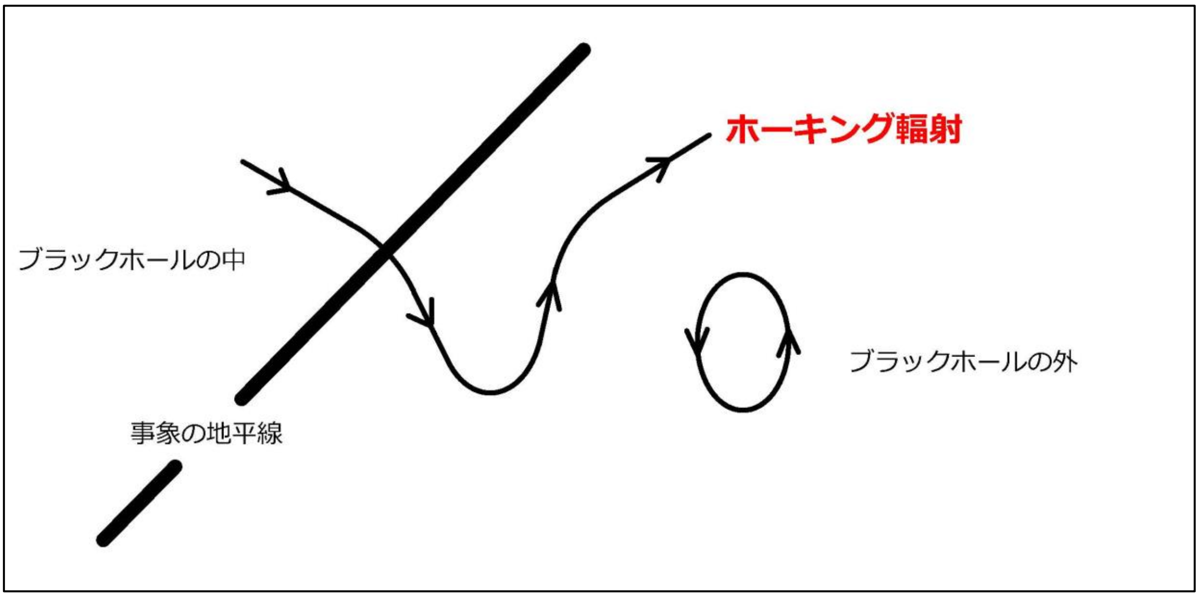
スライド １４

ブラックホールというのは量子重力特有の重要な役者です。物理世界の階層構造の破壊が、ブラックホールで起きるからなのですね。高エネルギーに行くほど短い世界が分かるというパラダイムが崩れるのがブラックホールなわけですから、そういう意味で、ブラックホールというのは量子重力の理解に重要な概念です。



スライド １５

そこに大きく貢献したのがこの Hawking さん。昨年お亡くなりになりましたけども、Hawking さんですね。



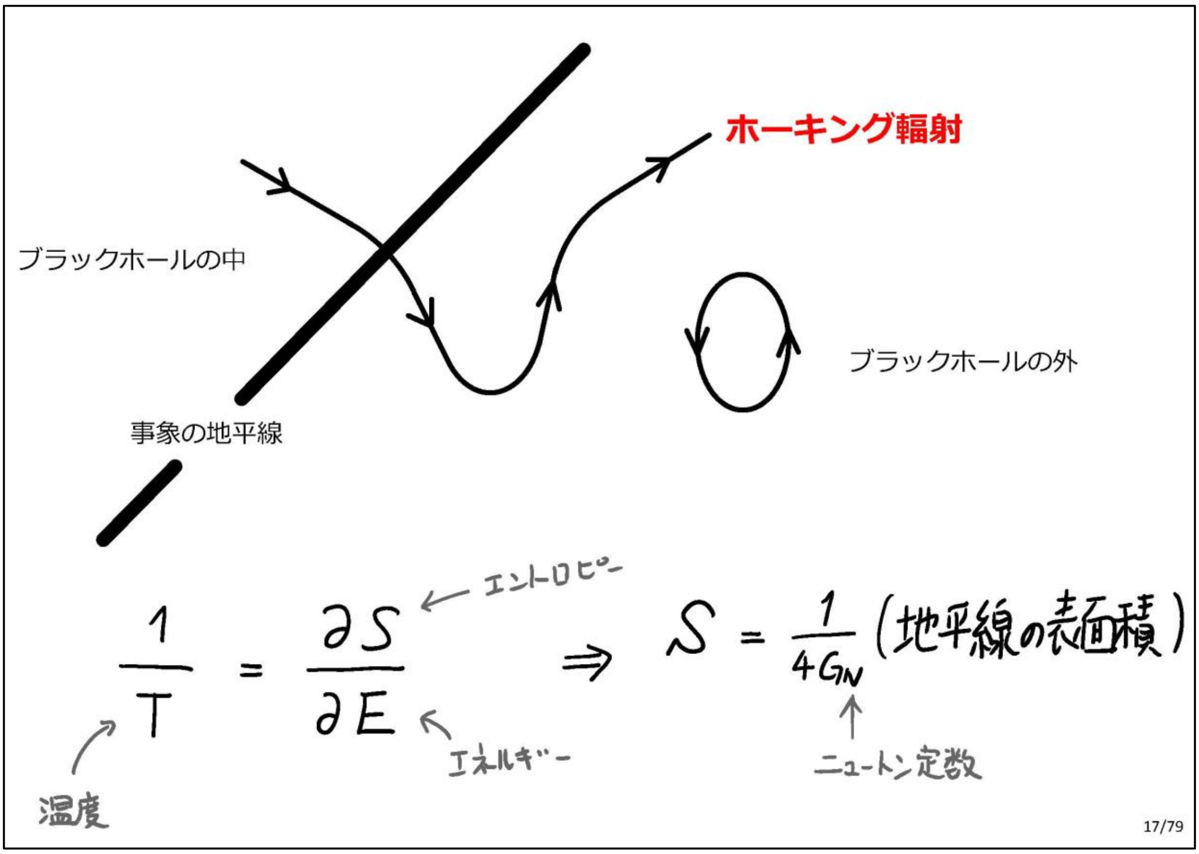
スライド １６

これは Hawking 輻射というものの解説なのですけれど、たとえばブラックホールがあったとします。よく一般相対論では event horizon というのをこういう斜め 45 度の線で描きます。これは、相対論ではよく光の飛ぶ方向というのを 45 度で描きますが、

そこよりも中に入ってしまったら、光よりも速くなければ外に出ることができません。そんなことで事象の地平線というのはよく 45 度で描いたりします。

ここに量子力学的な系があると、ですね、そうすると物質はそこで生成・消滅を繰り返すわけで、ここで粒子と反粒子ができて、こんなダイアグラムができるわけです。だけれどもこれは両方の粒子が正のエネルギーを持っているから、Heisenberg の不確定性原理で短い時間でぱっと対消滅しないとつじつまが合わないということになります。

ところがブラックホールの近くで対生成が起きると、これたまたま反粒子がブラックホールの中に入ったわけですが、粒子が入ってもいいのですけども、そうするとブラックホールの中では時間の流れ方が違うので、実はこの反粒子だか粒子は負のエネルギーを持っても良い。そうすると反対側の粒子だか反粒子だかは正のエネルギーを持って飛び去ってしまうので、これが輻射として観測されるというのが「Hawking の輻射」です。



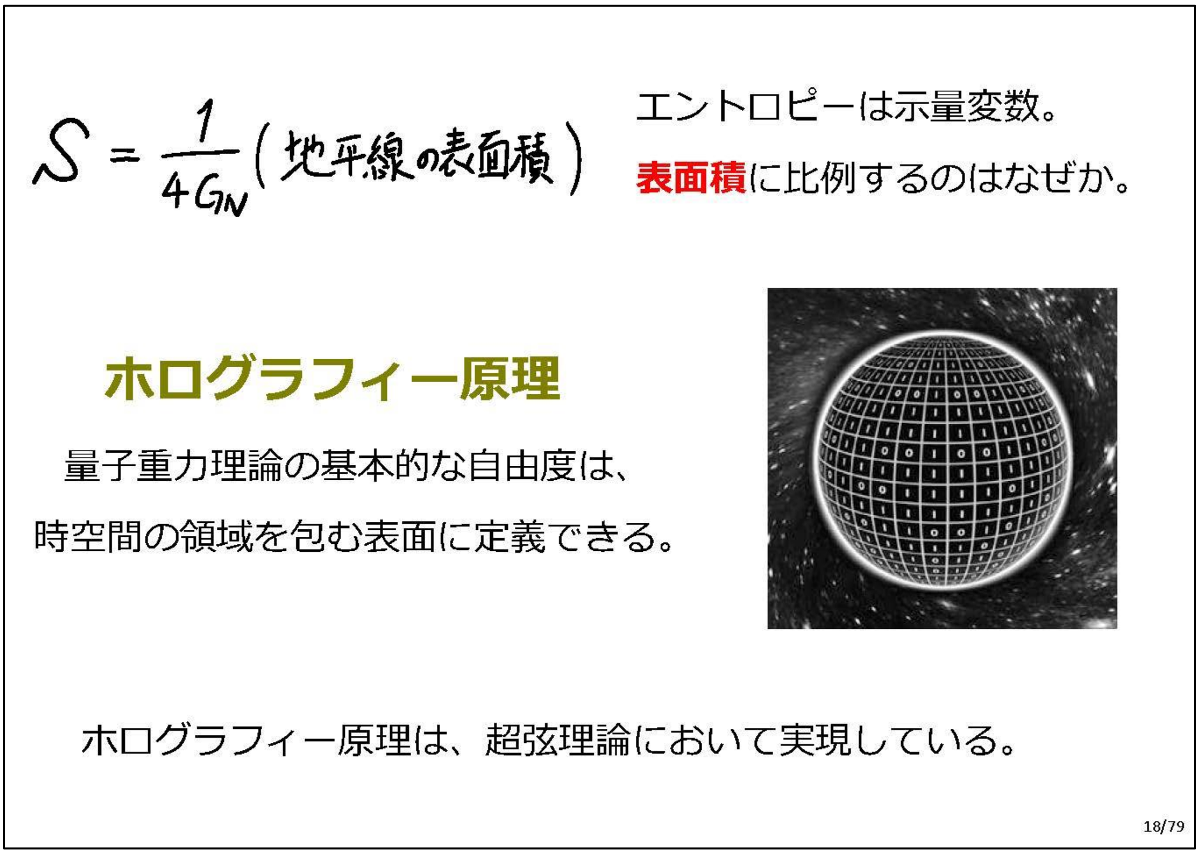
スライド １７

これを定量的に計算してみると温度が計算できるということが Hawking さんがやったことです。

学部の物理で習う温度とエントロピーの間の関係を使うと、さっき高柳さんが書かれ

た Bekenstein-Hawking のエントロピー公式、エントロピーは地平線の表面積を 4 倍の Newton 定数で割ったものであるという公式になるわけです。

これが Hawking の非常に重要な発見で、Westminster 寺院の Hawking のお墓の墓石にこの式が刻まれているわけですよね。

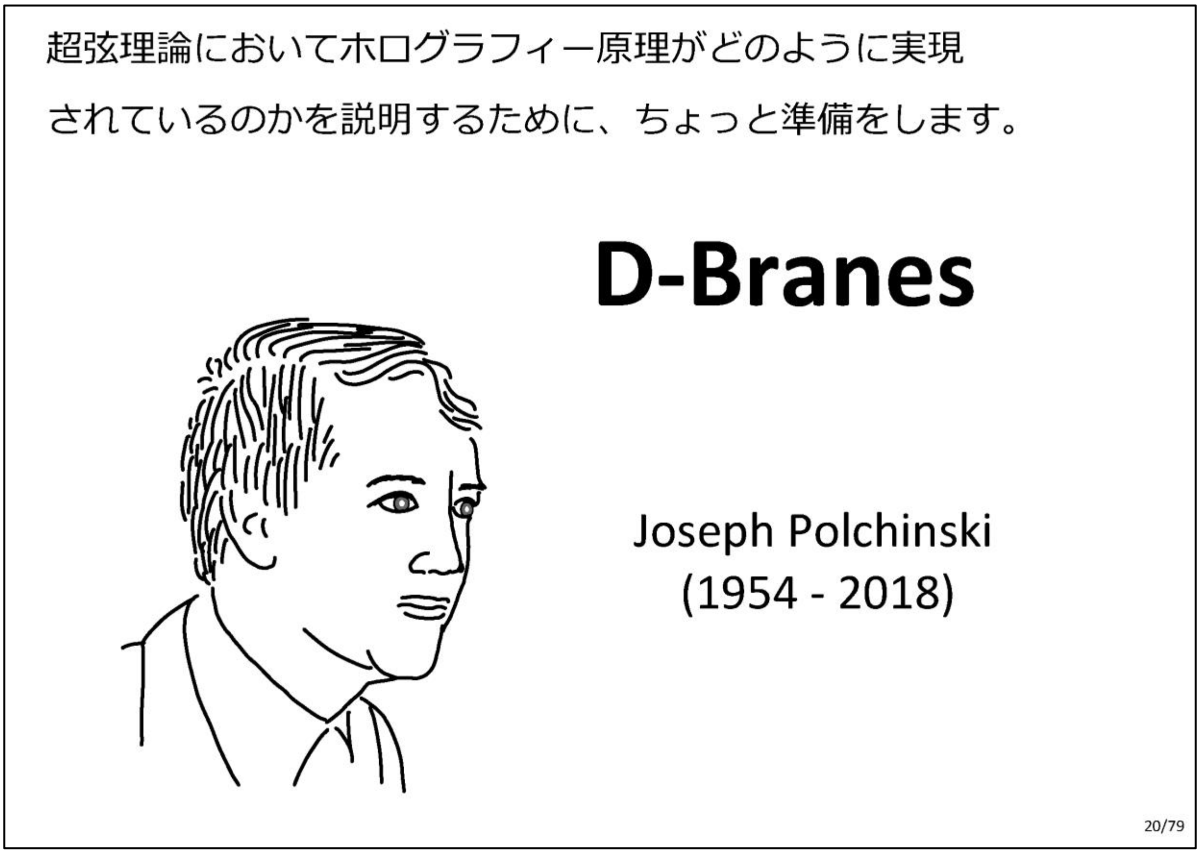


スライド １８

これはでも謎の式で、というのはエントロピーというのは示量変数だというのは学部で習うわけですけれども、ある領域があったら示量変数であるということは、エントロピーというのはある領域の体積に比例しないといけない、でも「Hawking の公式は表面積に比例している」というわけです。そうすると自然な考え方としては、ブラックホールの自由度というのは体積の中にあるのではなくて表面にしかないのではないかとなります。

それで、これをもっと拡張したのが「ホログラフィー原理」というものです。ある領域の中で量子重力の理論があったら、その自由度というのはその体積の中にあるのではなくてそこを包む表面に局在するのではないかという原理なのです。これを考えたのは Susskind さんとか、‘t Hooft さんですが、彼らが考えたときはホンマかいなって皆思ったのですけれども、実は超弦理論ではこれは実現しているというわけです。この次の

10 分位の間に、超弦理論でホログラフィー原理がどうやって実現するかというのをご説明しようと思います。

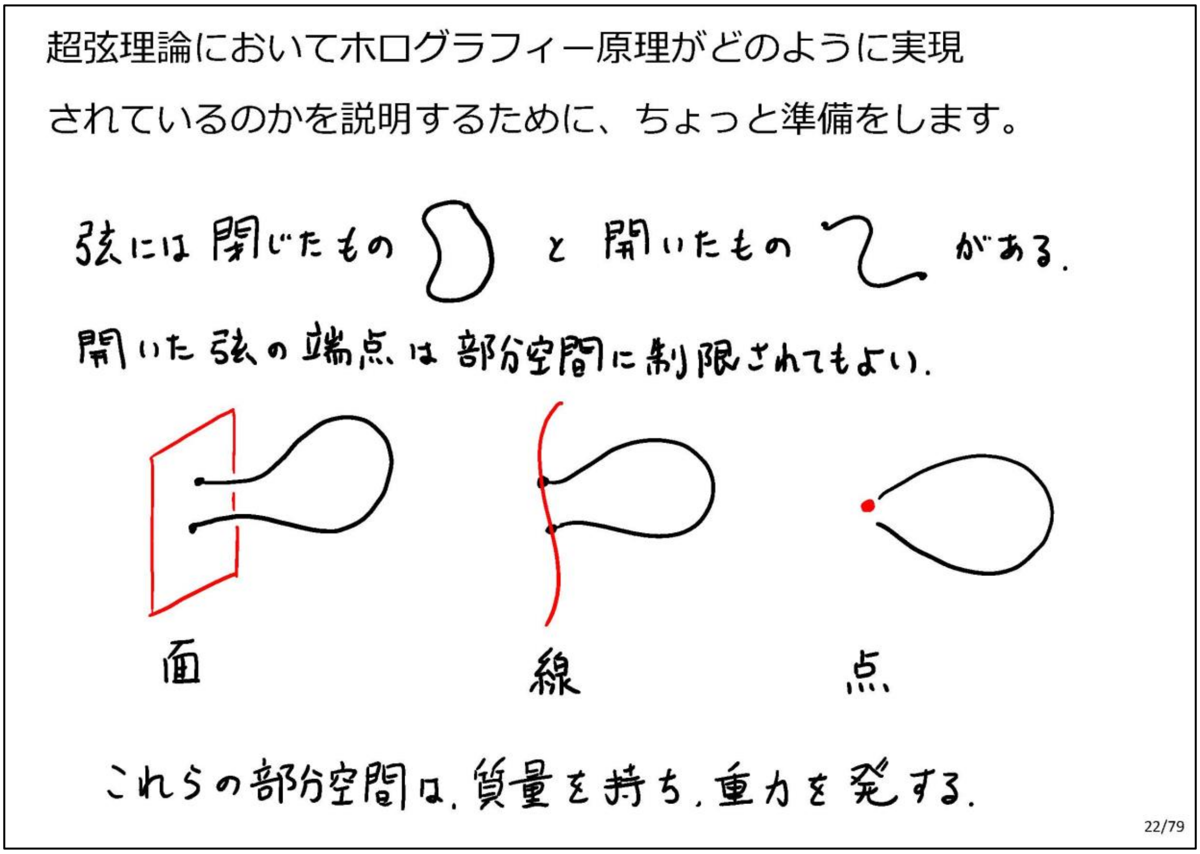


スライド １９

超弦理論でホログラフィー原理がどうやって実現しているかというのを説明しようと思うのですが、それを説明するのにちょっと準備が要りますね。

最初の準備が何かというと、「D-Branes」という考え方です。

Joseph Polchinski さんという方、この方も残念ながら昨年お亡くなりになりました。これは先ほど須藤さんからご紹介いただいた、小林誠先生を委員長とする科学出版賞の選考委員会が出版賞に選んでくださった、私の「超弦理論入門」の本で使った似顔絵でございます。



スライド ２０

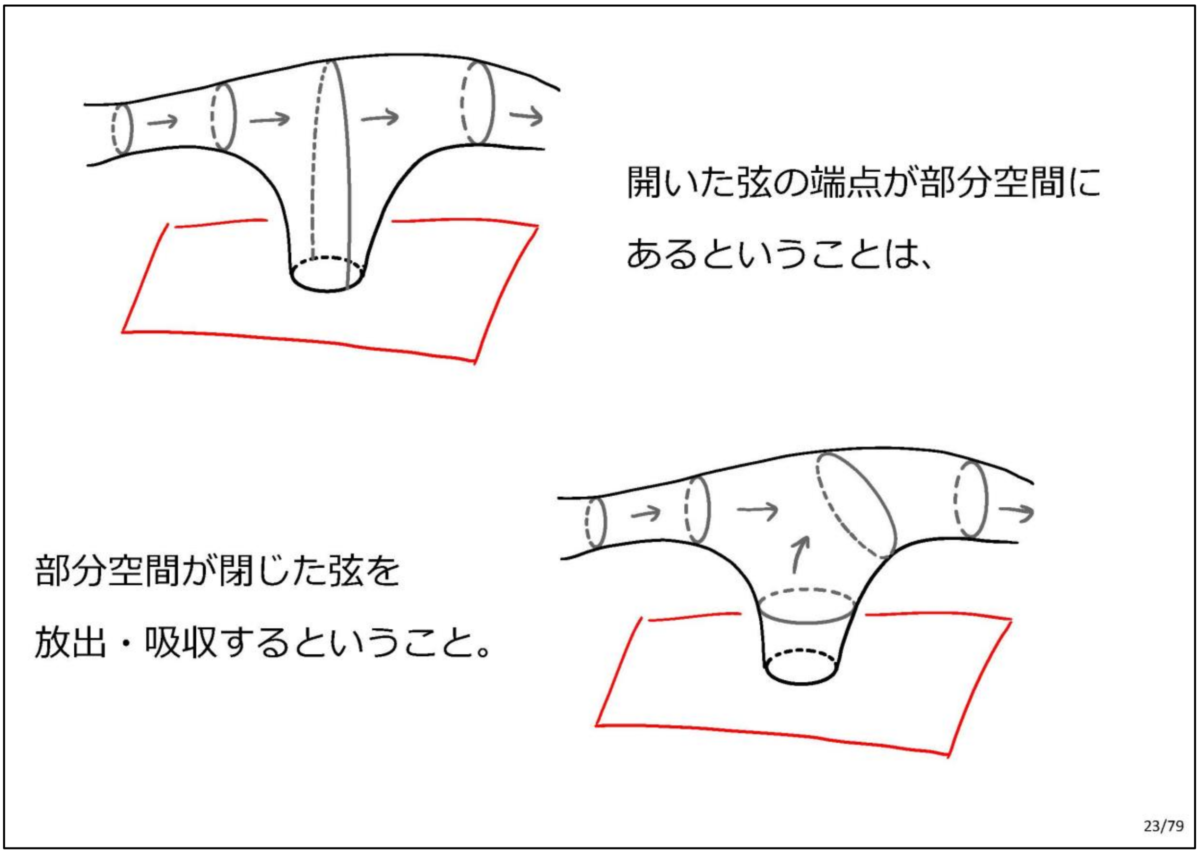
宣伝はともかく、それで何が言いたかったかというと、超弦理論でどうやってホログラフィー原理を説明するか。

弦ですから、弦というのは一次元的に広がったものですよね。一次元的に広がっている場合に、端っこがあるっていうケースと閉じているというケースと両方あります。物理ではすべてのケースを分類して考えるというのは重要ですから、端がある場合と閉じている場合があるわけです。その各々に意味があるのです。

閉じたものの中に実は重力が含まれているというのは、米谷民明さんの重要な発見です。彼が北海道大学の大学院生の時にここの中に重力が入っているということを示したのですね。

一方、端っこがある方はちょっと不思議で、端っこがあるとこの端っこはどこにあるのだということが問題なのです。実はこの端っこというのは、いろいろなチョイスがあって、これもまた物理ですから分類する必要がある。端っこがこう２次元の面に留まっている場合もある。それから１次元の線があってそこに端っこが留まることもある。点があってこういうふうになる場合もある。まあいろいろあるのですけれど、弦理論の性質を使うと、こういう開いた弦の端っこが留まることができる部分空間というのは、実

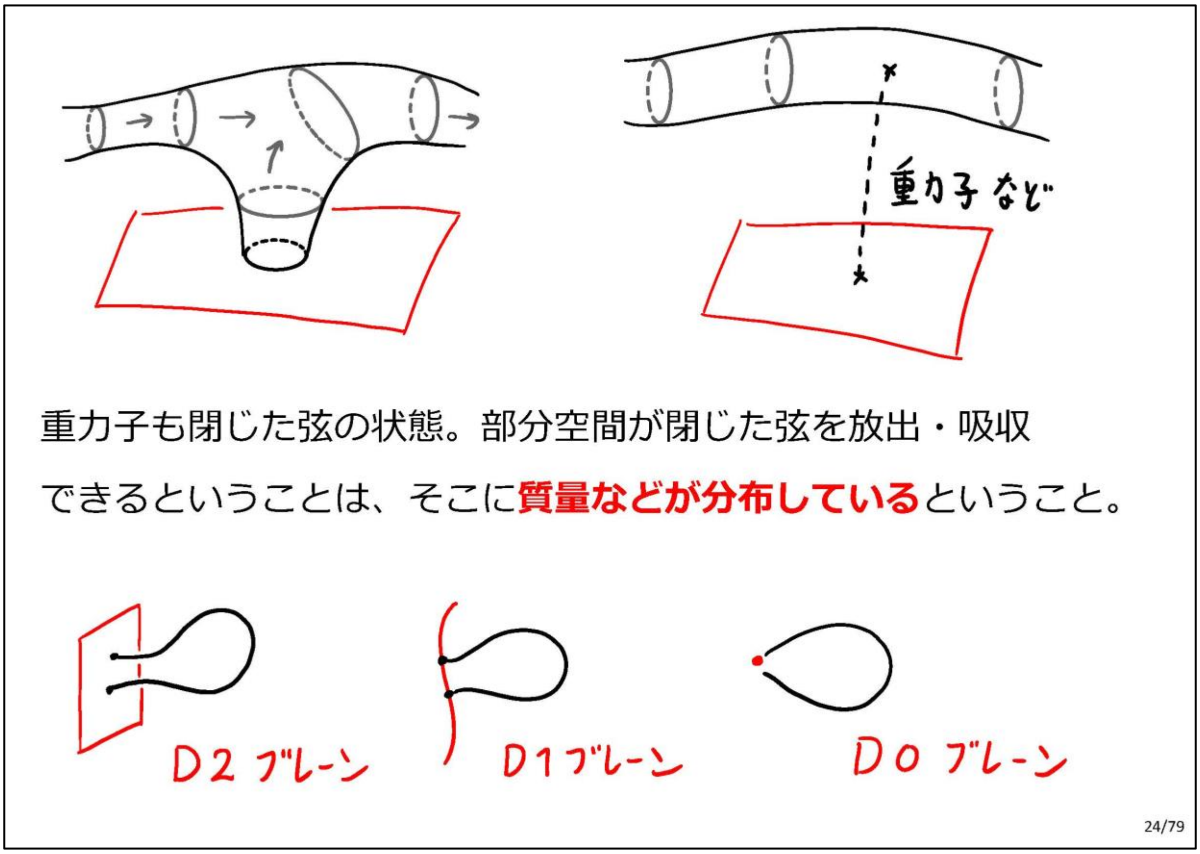
は質量を持って重力を発することができるということを示すことができるのです。それを説明します。



スライド ２１

どうしてここのところが質量を持つかというと、これはこういう議論なのですね。

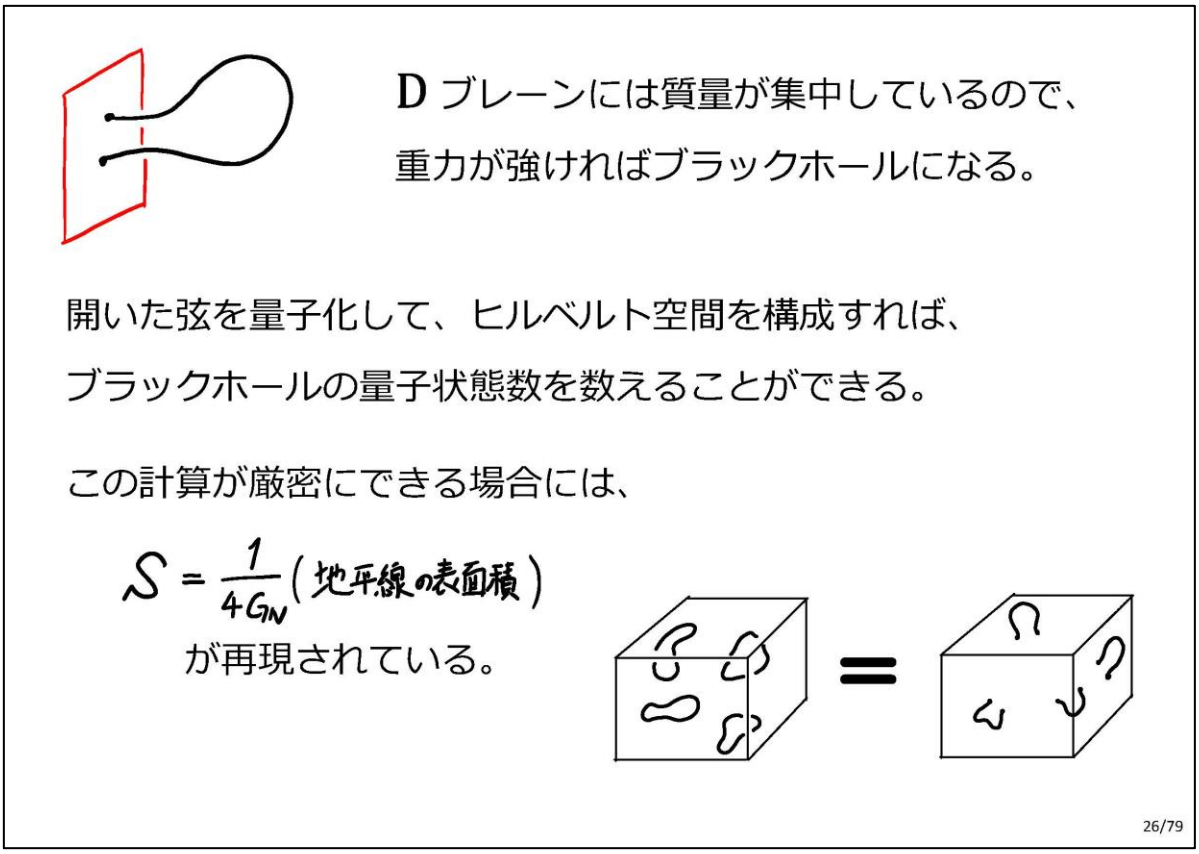
例えば閉じた弦がこうやって走っているとします。ここにこういう開いた弦の端っこが留まることができる面があったとします。これを D-Brane というのですけれども、D-Brane があったとします。そうすると閉じた弦が飛んできて、これがあるとき一瞬だけ開いて、ここに留まって、また閉じて飛んでいくと、そういうプロセスを考えることができるのです。この２次元の面、世界面と言うのですが、これを違うように切ると、この面から閉じた弦が発せられているように見える。だからこういうプロセスを許すとすると、この２次元の面は閉じた弦を発したり吸収したりできるのですよね。



スライド ２２

先ほど申しましたように、米谷さん、それからフランスの Scherk さんや米国の Schwarz さんの仕事によって、ここの中に重力が入っているということがもう分かっているので、この面は重力を発することができます。重力を発することができるということは、ここに質量があるということになるのですね。

質量があるものをたくさん集めると、重力というのは閉じた弦の状態なので、この閉じた部分空間、Polchinski の D-Brane が、閉じた弦を放出したり吸収したりできるということは、ここに質量が局在しているということになるのですね。



スライド　２３

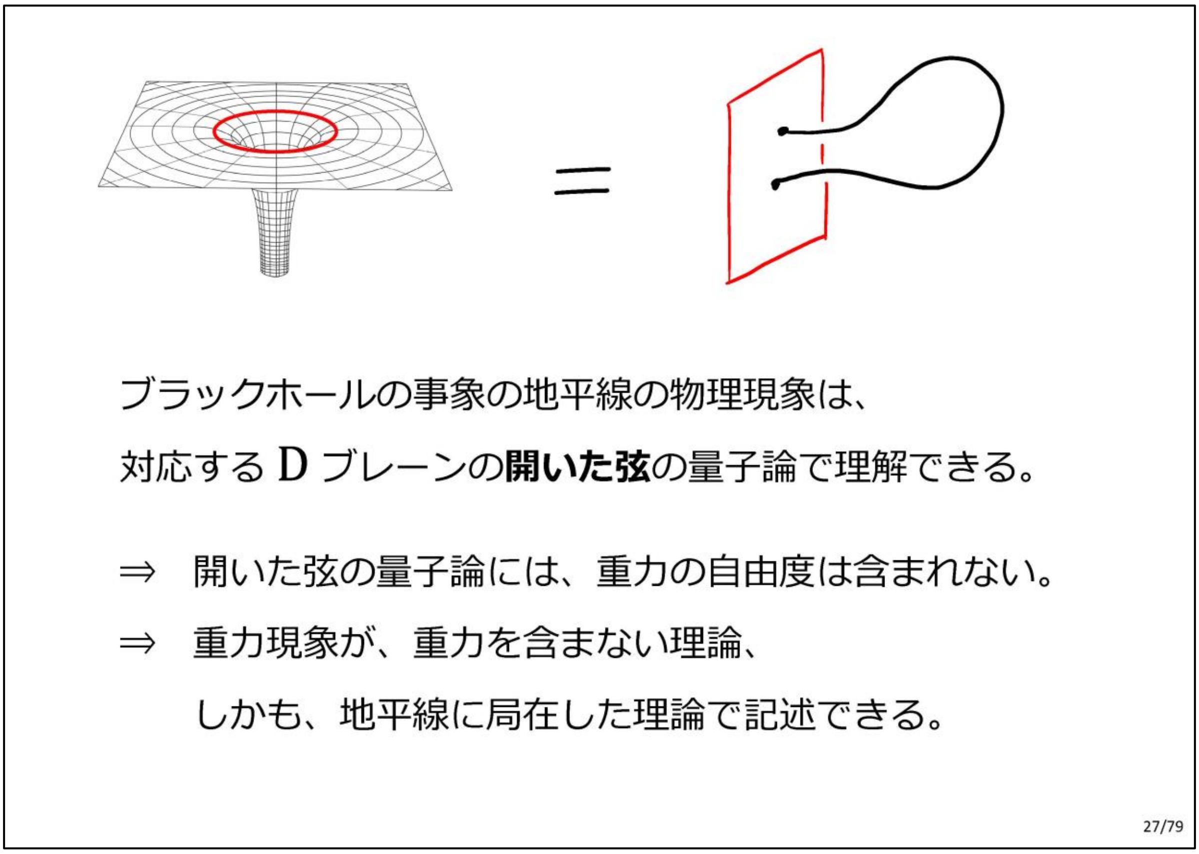
そうするとですね、質量が局在しているやつをたくさん集めてやると、この面をたくさん重ねてやると、どんどんどんどん重くなって、そのうちブラックホールになる。超弦理論ではブラックホールというのはそういうものだというふうに考えます。

Einstein の方程式というのは超弦理論の近似ですから、超弦理論自身で Einstein の方程式の解であるブラックホールを、どういうふうに考えるべきか、というのは難しい問題だったのですよね。

先ほどご紹介ありましたけれども、私は 1984 年に大学院に入って、1986 年かな、東大の助手にさせていただいて超弦理論を研究していました。その頃はもちろん超弦理論の重力的な性質にも興味があったのですけれど、一般相対論の人なんかに話すと「じゃあブラックホールって超弦理論でどうやって考えるのだよ」って聞かれるのですね。重力が面白いって言うのだったら重力の一番面白い現象の一つのブラックホールを説明してみろと。それは超弦理論ではできなかったのですね。

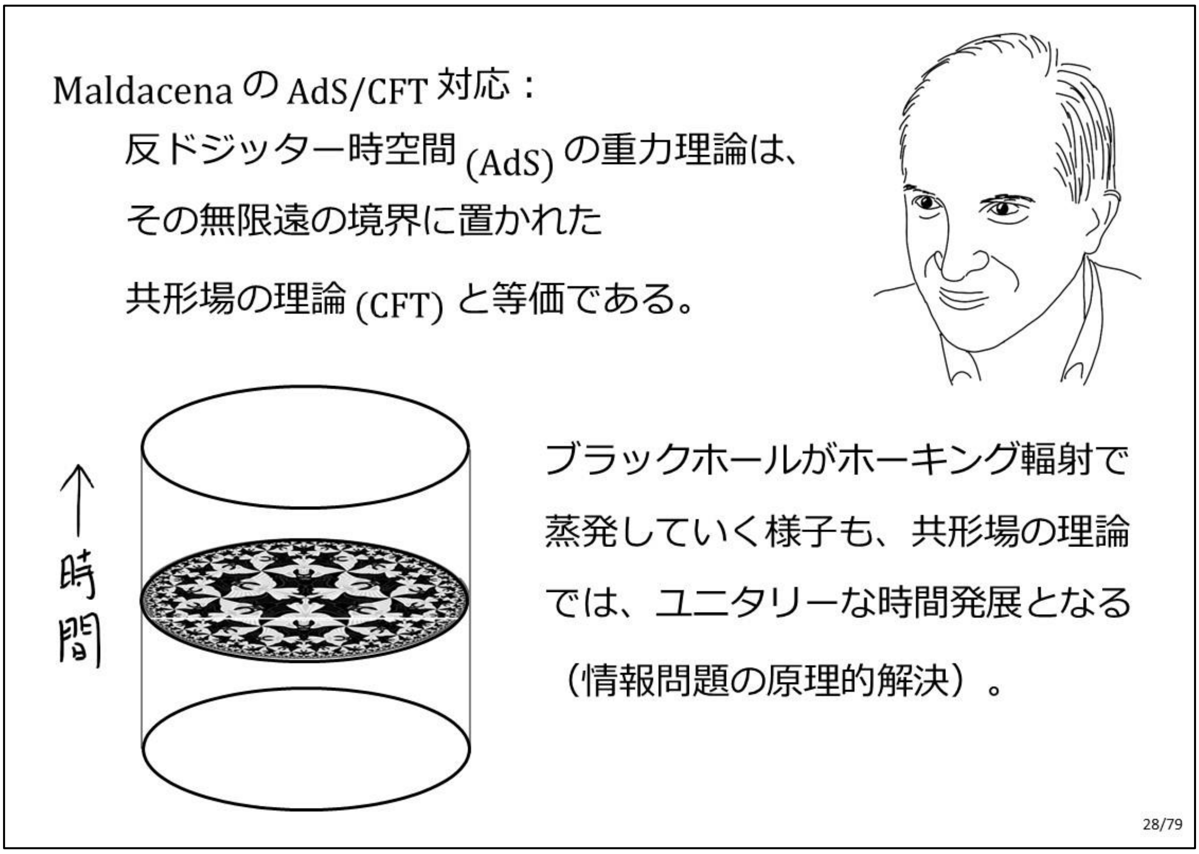
それが Polchinski の D-Brane によって、超弦理論ではブラックホールっていうのはこんなふうに考えればいいのだよということが分かった。超弦理論ではブラックホールっていうのは、この開いた弦の端っこが留まることができるところだというふうに考え

たのですね。そうすると実はこれは、もろにホログラフィック原理をある意味で説明することができます。何故かというと、ブラックホールであるとか Hawking radiation であるとかそういう重力現象というのは、重力ですから閉じた弦で説明できるはずです。こう閉じた弦というのは、例えばブラックホールの中でも体積に合わせて飛んでいるわけですから、自由度が体積に比例しているように見える。でもこの D-Brane の考え方をすると実はそれは開いた弦が表面に留まっているのと同じことです。



スライド ２４

こういうふうに考えると、この表面にしか自由度がないというふうに考えることもできる。これはまさしくホログラフィー原理の考え方に合っているわけですね。普通の一般相対性理論的な考え方にすると、ブラックホールというのは重力が condense しているようなもので、幾何学的に考えることができるのですけれども、D-Brane 的に考えると、開いた弦が留まる場所の量子論で説明できると。しかも、開いた弦ですからここの中には閉じた弦は入っていないので、重力が入っていない。重力の入っていない、表面に局在した理論で説明できる。ここまで分かれば、ほとんどホログラフィー原理に行っているのですよね。

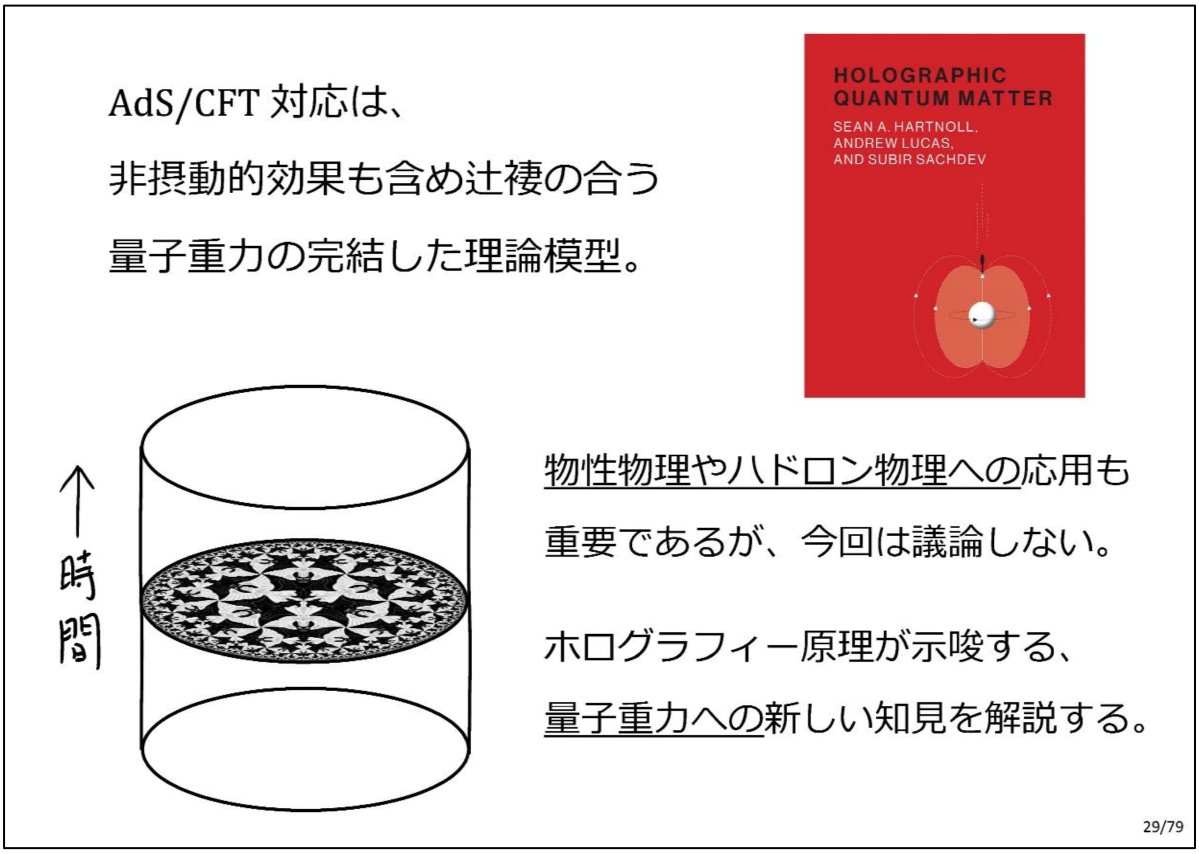


スライド ２５

それでMaldacenaさんは何をやったかというと、こういうことを理解してこれのある種の極限をとると、先ほど高柳さんがお話になったAdS/CFT correspondenceというものが、こういうものの極限として理解できることを示したのです。AdSというのは先ほどありました反ドジッター空間で、曲率が負の空間、２次元の場合には曲率が負の空間はhyperbolic space, Lobachevsky空間とか習いますけれども、Escherの絵図とかで有名だと思うのですが、こういうふうに描けちゃうのですね。今考えているのは時空間なので、これに時間の方向も入れたものをanti-de Sitter spaceと呼んでいるわけです。ここの中の重力理論、開いた弦も閉じた弦もあるような超弦理論をここの中で考えると、この円筒の端っこ、表面だけにあるconformal field theory、共形対称性を持つような場の量子論と等価であるというのがAdS/CFT対応です。

これを使うと、例えばブラックホールがHawking輻射をするときに情報を失うかどうかというのは、Hawkingがそもそも最初に提起した問題だったのですけれども、原理的に情報は失われないというのが説明できるのです。それはconformal field theoryの理解にすると、ブラックホールができてそれが崩壊していく様子もconformal field theoryのユニタリーな時間発展として説明できるので、そういう意味では情報問題と

いうのは原理的にこれによって解決したということになっています。ただ、具体的に Hawking の計算のどこが間違っていたのか、そういうことについてはまだいろいろ議論があるところなのですけれども、これで一応 Hawking の問題は解決したということになっています。



スライド ２６

AdS/CFT 対応というのはいろいろな応用があって、例えば物性物理やハドロン物理などにも応用されています。これは物性の権威である Harvard 大学の物理学科長をやっている Sachdev さんなどが書いた AdS/CFT の物性物理への応用の本です。今日はちょっとそういうお話はできませんが、それもなかなか面白い話題だと思います。

量子もつれと

時空の幾何

スライド ２７

こういうホログラフィー原理の中で特に重要な性質というのが、量子もつれの幾何学化、これはまさしく笠-高柳公式がやったところなのです。これはこれからあとで使うもので説明させていただきたいのですが、さっきの高柳さんの話のちょっとした復習です。少し違う表現で説明するから、少し理解が深まるかなと思っています。ご容赦ください。

量子もつれ

MAY 15, 1935 PHYSICAL REVIEW VOLUME 47

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*

(Received March 25, 1935)

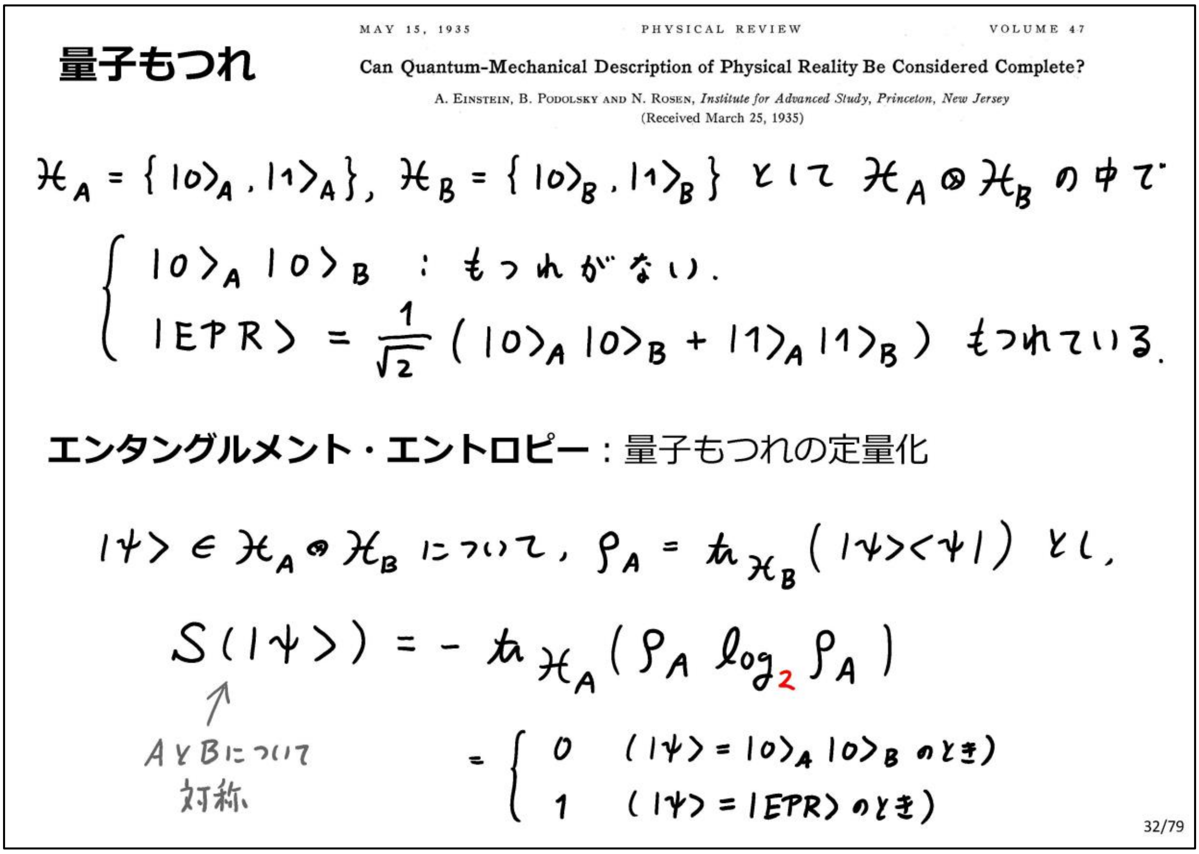
$\mathcal{H}_A = \{|0\rangle_A, |1\rangle_A\}$, $\mathcal{H}_B = \{|0\rangle_B, |1\rangle_B\}$ として $\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ の中で

$$\begin{cases} |0\rangle_A |0\rangle_B & \text{: もつれがない.} \\ |\underline{\mathrm{EPR}}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle_A|0\rangle_B + |1\rangle_A|1\rangle_B\right) & \text{もつれている.} \end{cases}$$

スライド ２８

さっき高柳さんの話にもありましたけれども、量子もつれというのをさっきの例と同じように２次元のヒルベルト空間の直積で説明することにします。

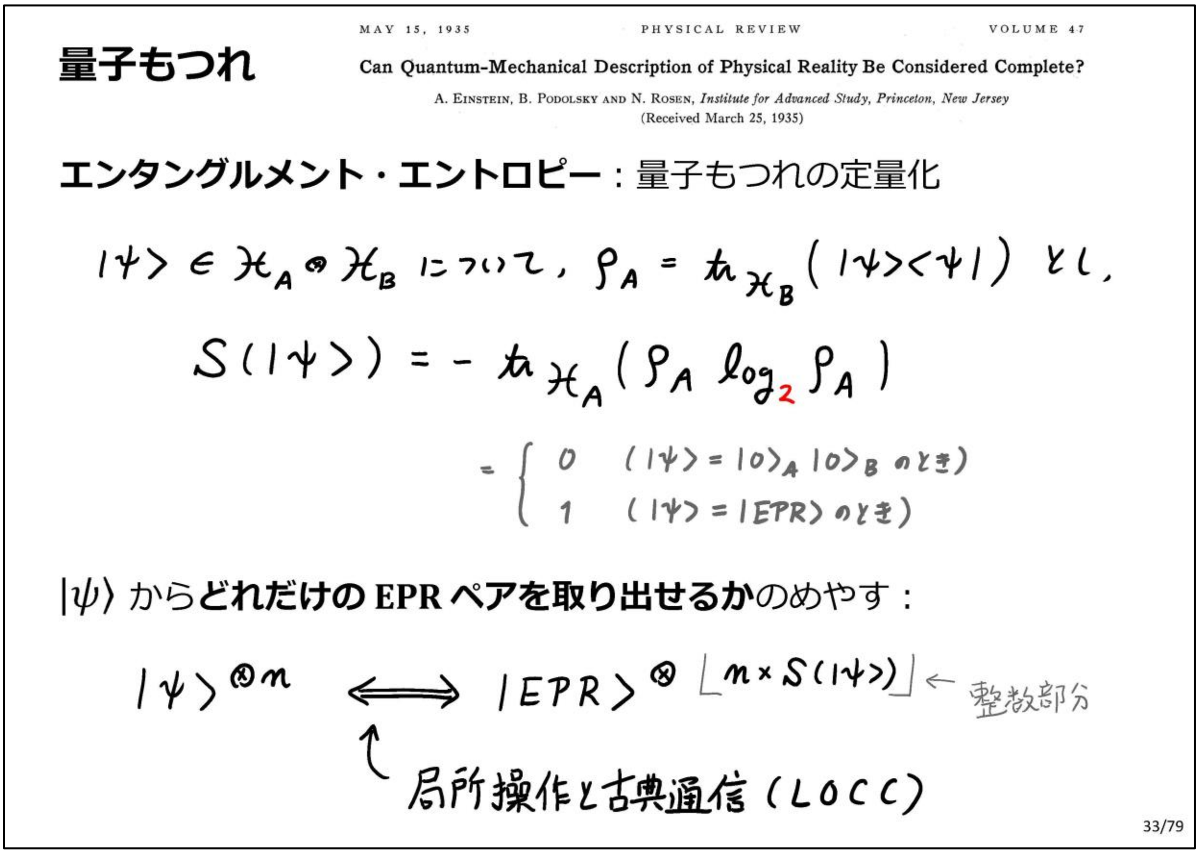
もともと Einstein,、Podolsky,、Rosen の３人が、Einstein が Princeton の高等研究所に亡命した後の 1935 年に書いた論文で最初にこういう考え方が出てきたのですね。量子もつれ、quantum entanglement という言葉自体は Schrödinger がこの論文に触発されて考えた言葉らしいです。こういうヒルベルト空間があったときに、ゼロという状態を直積にしたものというのはもつれがない、でもこういうふうに組み合わせたものはもつれている、というのは先ほどの高柳さんの話にありました。



スライド ２９

entanglement_entropy という言葉がさっきよく出てきましたが、これはこのもつれがあるとかないとかというのをもっと定量的に表すために考えられたものですね。一般的に、ヒルベルト空間の直積にあるような状態があったとしたら、これからまずこの B のほうのヒルベルト空間について trace をとるとある density matrix ができる。この density matrix の von Neumann entropy を計算したものが entanglement_entropy と呼ばれています。

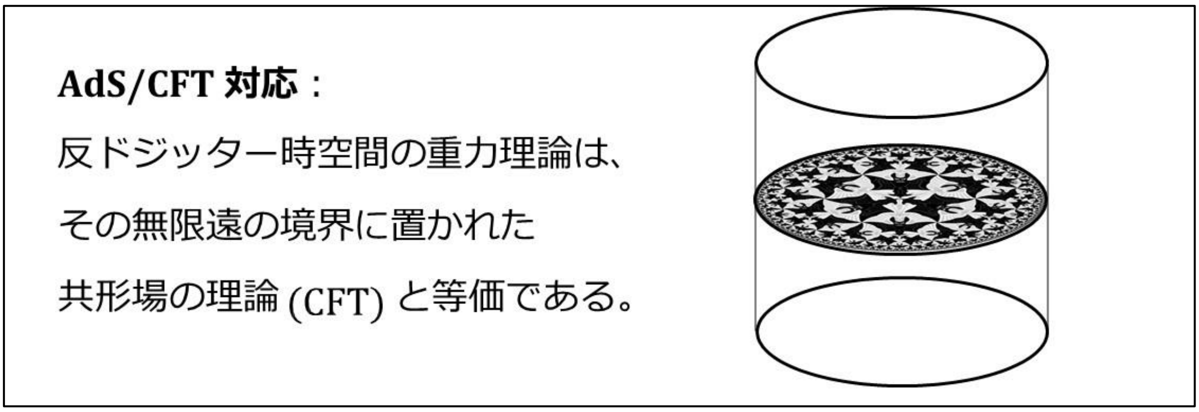
例えば、直積状態について entanglement_entropy を計算するとゼロというのがすぐ分かるし、それからこの EPR ペア、Bell ペアともいわれますが、これについて entanglement_entropy を計算すると 1 になる。実はこの von Neumann entropy、ベースが 2 の log で定義したこの entropy の場合は 1 が最大ですので、直積状態が最ももつれていて、EPR ペアが最ももつれてないということが言えるわけですね。



スライド ３０

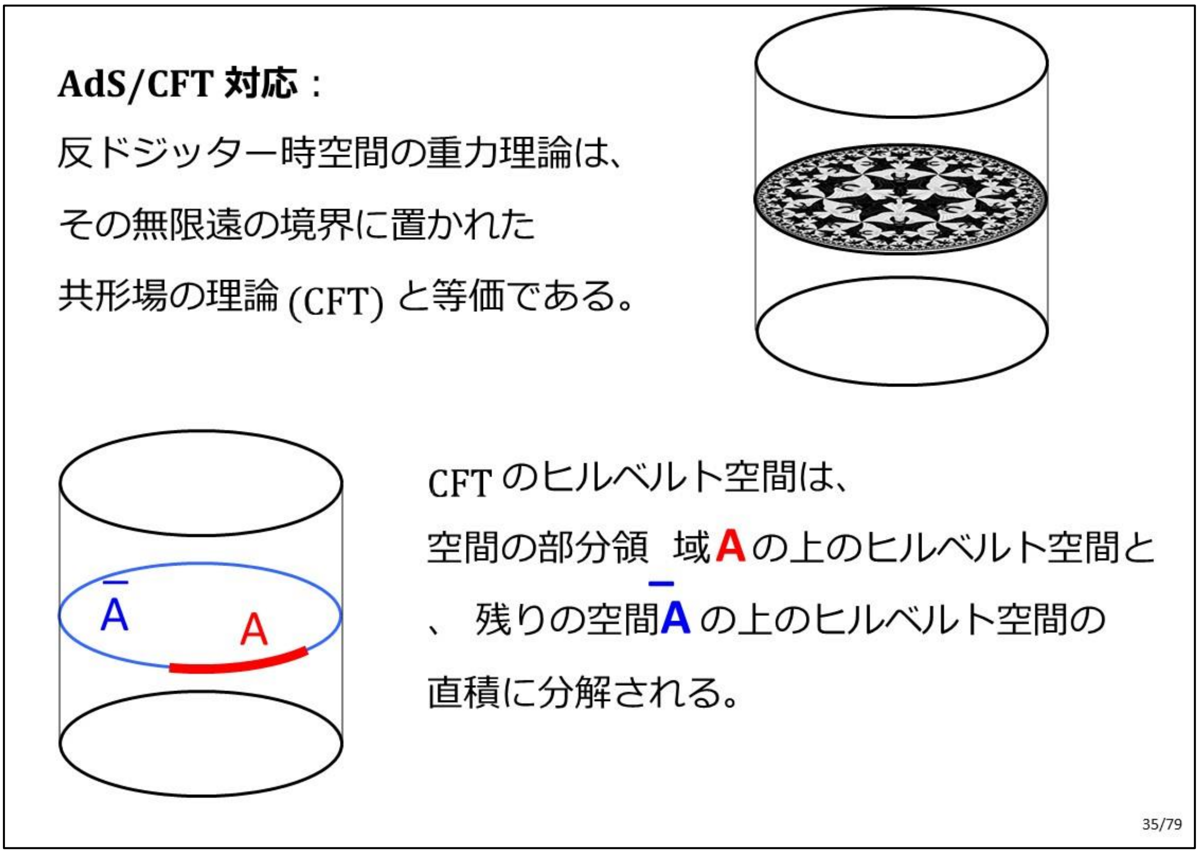
先ほどもちょっとありましたように、この entanglement_entropy というのは、ある任意の状態についてそこからどれだけ EPR ペアを取り出せるかという目安です。

それを定量的に書いた式なのですが、ある状態があったときに、局所操作、古典通信という、entanglement の性質を変えないような operation があって、それを使うと、ほぼこの状態を EPR ペアの直積として書くことができるという定理があるのです。そのときの EPR ペアの数が entanglement_entropy に比例するという、そういう解釈もできます。



スライド ３１

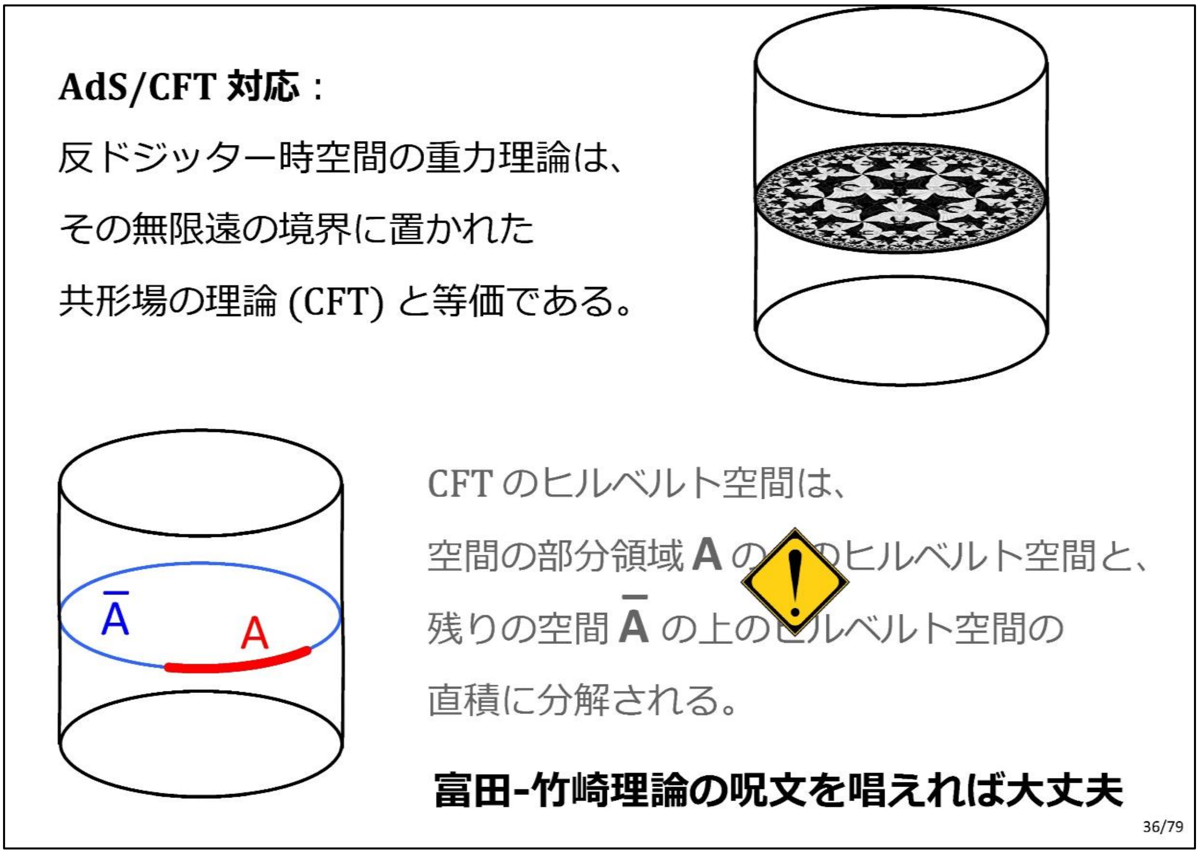
高柳さんと笠さんがなさったのは、この entanglement_entropy という量を AdS/CFT の場合にどう定義するかーということを提案なさったわけですね。先ほど話しましたように、AdS/CFT 対応っていうのは、反ドジッター空間の中の重力理論がその無限遠点の CFT と等価であるという理論なのです。



スライド ３２

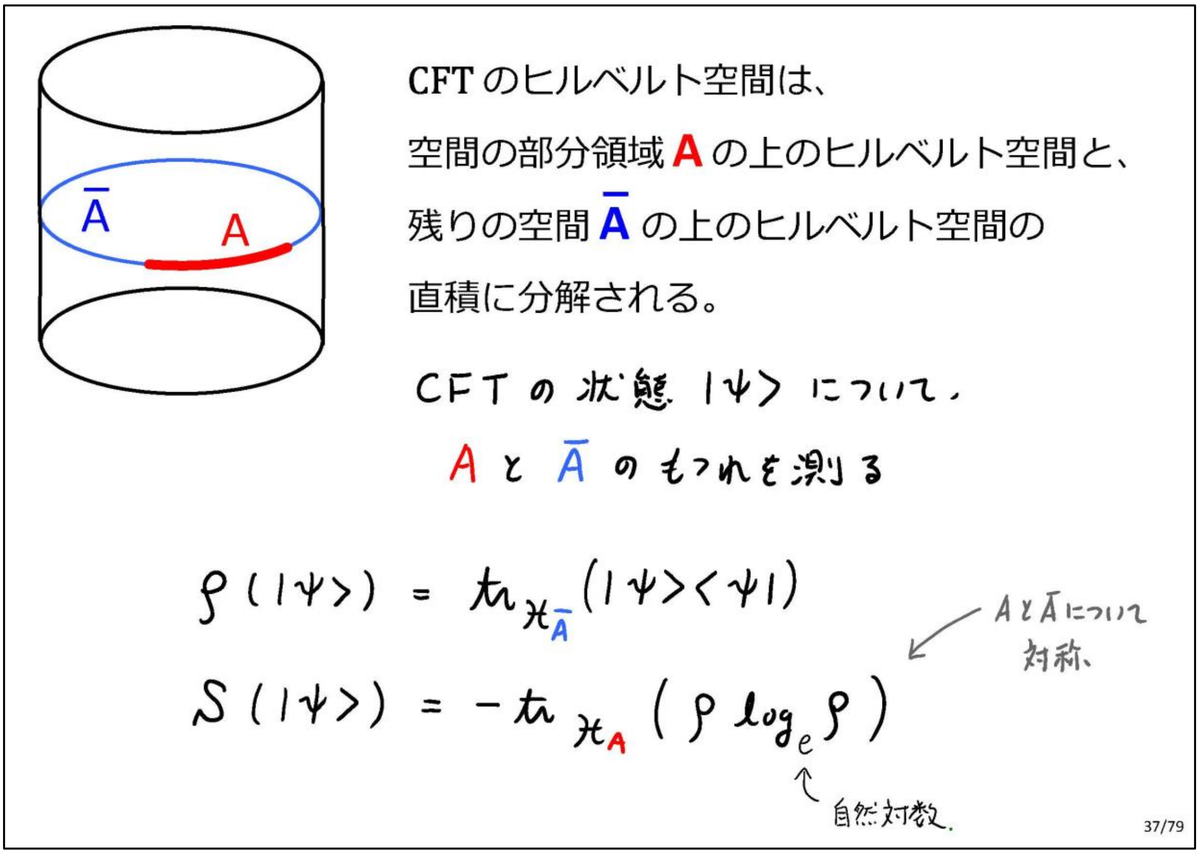
例えばこれが重力理論の Cauchy surface ですね。ここで初期条件を決めることができ、その boundary というのはこの絵の場合はこの円周の部分です。

例えばこの円周の部分を二つの領域に分けて、A という領域とその補集合に分けたとします。場の量子論の Cauchy 空間をある領域とその補集合に分けたとすると、場の量子論というのは自由度が局所的なので、conformal field theory のヒルベルト空間というのは、A の上のヒルベルト空間とその補集合の上のヒルベルト空間の直積と書けると、おおよそ思われるわけですね。



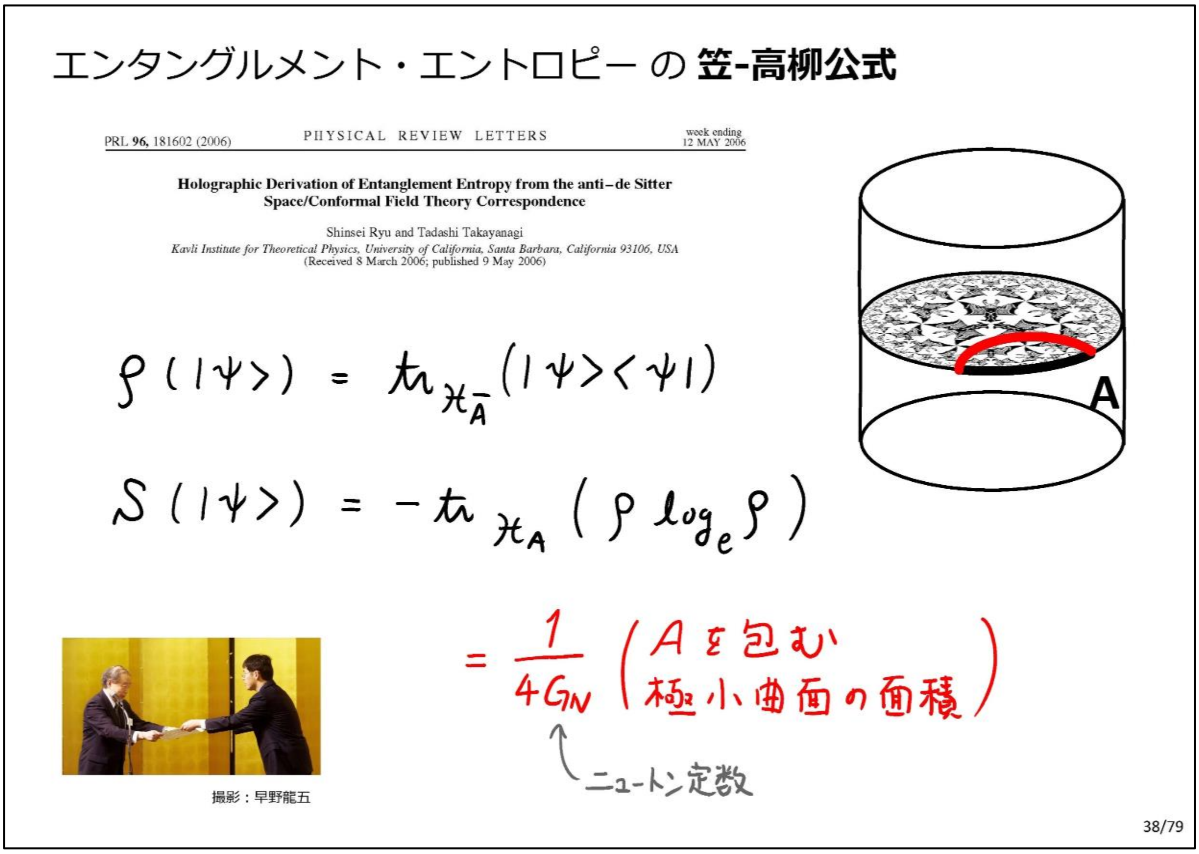
スライド ３３

これはですね、これを数学の人の前で言うとですね、それは science fiction だと言われるのですけれども、実は富田-竹崎理論という立派な理論がありまして、それを使うときちんと説明できる。だから数学の人の前で話すときは富田-竹崎の言葉を使って言うわけですけれど、ここは物理の聴衆ですので、これでも間違いではない。実際、富田-竹崎理論を使っても結果的には同じことに説明できます。



スライド ３４

あとやることは一緒で、conformal field theory のある状態、たとえば真空状態があったときに、A の上のヒルベルト空間と $\bar{A}$ の上のヒルベルト空間の直積であったら、それを使って entanglement_entropy を計算することができる。それはこの特別な状態 $|\Psi\rangle$ が、A の上と $\bar{A}$ の上でどういうふうにもつれているかというのを表しているわけですね。



スライド ３５

笠-高柳公式っていうのは、この entanglement_entropy をどうやって AdS の中で理解するかというのを示されたのですね。

A という領域の entanglement_entropy を知りたかったら、そこの端っこで終わるような極小曲面を今度は時空の中で考えて、その面積を「４×Newton 定数」で割りなさいという式です。

これは先ほどから何度もお話にありましたように、仁科記念賞の受賞対象にもなった重要な仕事で、ここ 10 年、15 年位のこの分野の発展の基礎となった仕事であります。

例えばこれが明らかにしたのは、量子もつれが時空を作るという考え方で、さっき高柳さんの話にもありましたけれども、それをいろいろと説明することができる。

量子もつれによる時空間の再構成

場の量子論の有限温度の状態は、量子もつれ状態とみなせる。

Thermo Field Double： $|TFD\rangle \sim \sum_i e^{-\frac{E_i}{2kT}} |i\rangle_A |i\rangle_B$

$$\mathrm{tr}_{\mathcal{H}_B} |TFD\rangle\langle TFD| \sim \sum_i e^{-\frac{E_i}{kT}} |i\rangle_A \langle i|_A$$

温度 T が高いほど、量子もつれは大きい。

$$T \to 0 \quad : \quad |TFD\rangle \sim |0\rangle_A |0\rangle_B$$

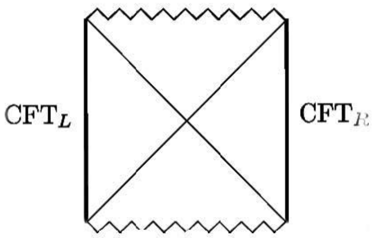
$$T \to \infty \quad : \quad |TFD\rangle \sim \sum_{E_i \ll kT} |i\rangle_A |i\rangle_B + \cdots$$

スライド ３６

量子もつれによる時空間の再構成

場の量子論の有限温度の状態は、
量子もつれ状態とみなせる。

$$\sum_i e^{-\frac{E_i}{2kT}} |i\rangle_A |i\rangle_B$$



AdS の重力理論では、有限温度の状態はブラックホールと解釈される。

有限温度の**CFT** のエンタングルメントの強さ（すなわち **EPR ペアの数**）は、**AdS** ブラックホールの **Einstein-Rosen 橋（ワームホール）の太さに比例**する。

スライド ３７

量子もつれによる時空間の再構成

有限温度のCFT のエンタングルメントの強さ

（すなわち **EPR ペアの数**）は、AdS ブラックホールの

Einstein-Rosen 橋（ワームホール）の太さに比例する。

MAY 15, 1935 PHYSICAL REVIEW VOLUME 47

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*

(Received March 25, 1935)

JULY 1, 1935 PHYSICAL REVIEW VOLUME 48

The Particle Problem in the General Theory of Relativity

A. EINSTEIN AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton*

(Received May 8, 1935)

ER = EPR ?

Fortschr. Phys. **61**, No. 9, 781 – 811 (2013) / **DOI** 10.1002/prop.201300020

Cool horizons for entangled black holes

Juan Maldacena[1,*] and **Leonard Susskind**[2]

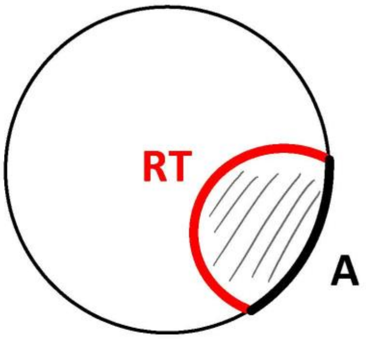
[1] Institute for Advanced Study, Princeton, NJ 08540, USA

[2] Stanford Institute for Theoretical Physics and Department of Physics, Stanford University, Stanford, CA 94305-4060, USA

スライド ３８

量子もつれによる時空間の再構成

部分領域 **A** と 笠-高柳の極小局面 **RT** 囲まれた**斜線の領域**を考える。



斜線の部分に局在した

AdS の量子重力の作用素は、

部分領域 **A** に局在した

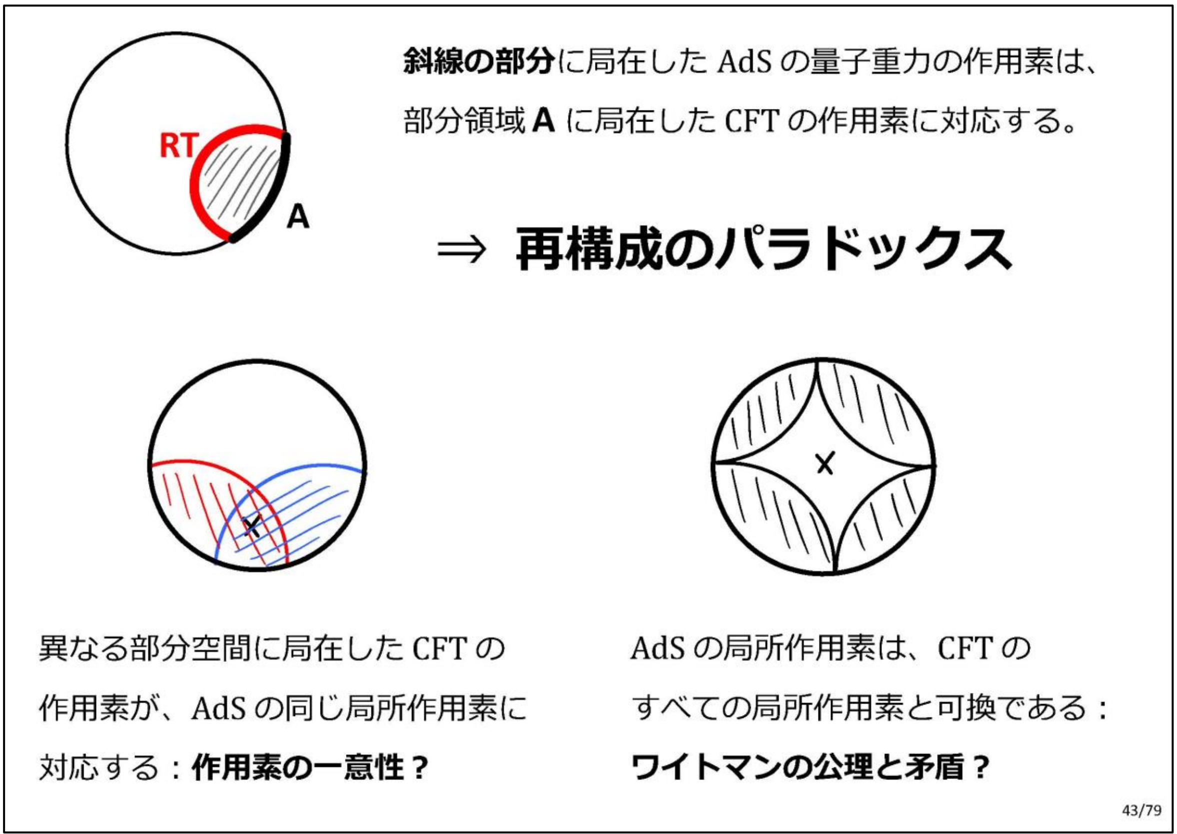
CFT の作用素に対応する。

Hamilton, Kabat, Lifschytz, Lowe: hep-th/0606141
Papadodimas, Raju: 1310.6335
Headrick, Hubeny, Lawrence, Rangamani: 1408.6300
Almheiri, Dong, Harlow: 1411.7041, Dong, Harlow, Wall: 1601.05416

スライド ３９

特にこの笠-高柳（RT）の理論の中で、私がスワンプランドに使う部分だけちょっとお話しします。

「量子もつれによる時空間の再構成」という考え方で、これはさっき高柳さんが entanglement wedge reconstruction と仰っていた話なのです。AdS/CFT というのはここの空間全体の出来事が、この境界、boundary にある conformal field theory で記述できるという話だったのですけれども、それよりももう少し詳細な statement があって、これは何かある領域があったときに、ここに笠-高柳公式があると、そうするとこの２つのもので挟まれる斜線で描いた領域がありますね。ここの中で起きていることはこの A の情報だけで分かるというのが、entanglement wedge reconstruction、量子もつれによる時空間の再構成という考え方です。これはいろいろなたくさんの人の仕事に基づいて、この 15 年くらいの間に理解されてきたのですが、これ非常に深い内容を持っているのですけれども、謎もあったのです。Entanglement_paradox というものがありましてそれをちょっとご説明しようと思います。

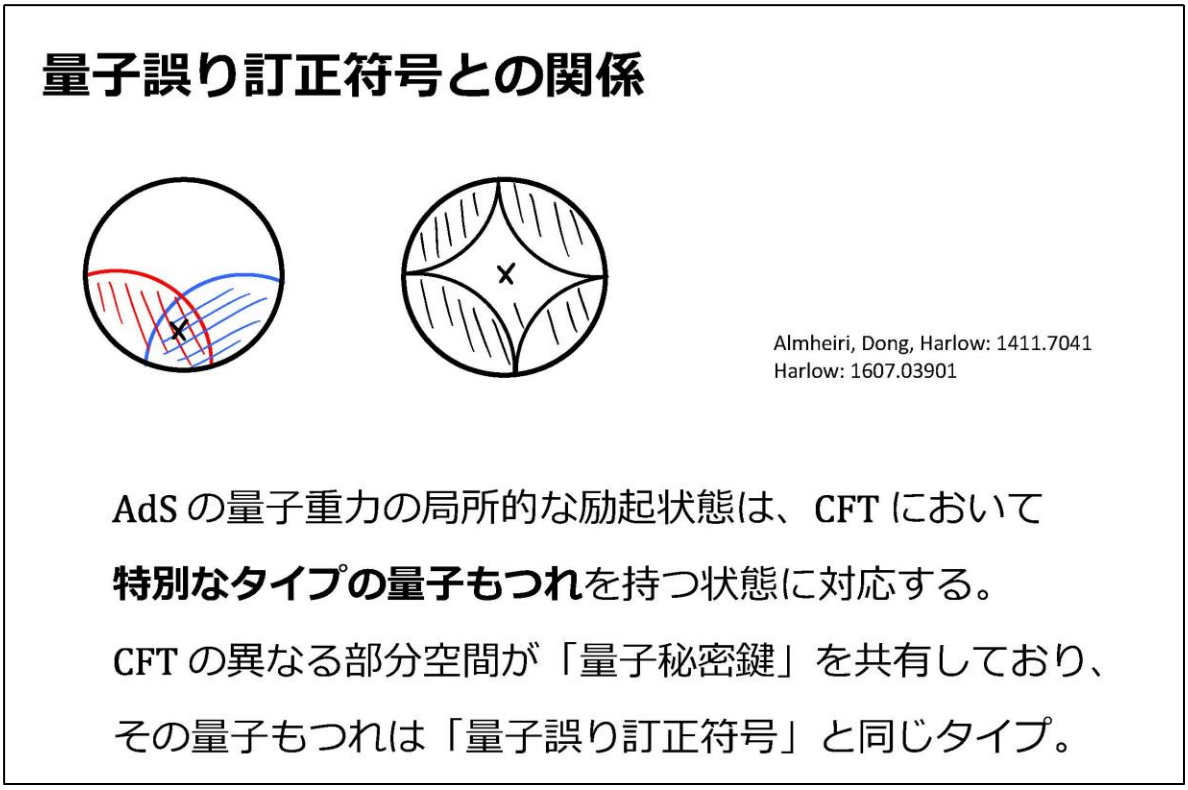


スライド ４０

このレーザープロジェクターだと色があまりきれいに出てないのですけれども、例えばこの赤い領域の boundary（RT）があったとします。そうするとここの entanglement wedge というのは赤の斜線の領域である。ここにちょっと overlap したこの領域があったとします。そうするとここの entanglement wedge というのはこの領域なわけですよね。

そうすると例えば、時空のこの×で描いた点、ここで起きていることに興味があったとします。そうすると、これを表現するのにここの領域の operator を使って表現することもできるし、ここの領域の operator を使って表現することもできます。そうすると、この時空の中で起きているあるイベントの表現がユニークでないと、いろいろな表現があるではないかということになるわけです。一方、例えばこの空間の一番真ん中で何か起きたとしようと、そのときに boundary を 4 か所に割ったとすると、ここの領域からはここのことしか分からないですね。ここの領域のことはここでしか分からない。どこの観測をしてもここのことは分からないではないか。そうするとですね、ここの operator というのは、この boundary の operator のどれからも構成できないと。それで、algebraic quantum field theory、代数的場の量子論の中ではいろいろな定理があって、局所作用素みたいなのを使うとですね、そういう operator は trivial なものしかないということも言えるのですね。

そうするとですね、すごい矛盾が起きて、ここで起きているイベントを再構成する仕方というのはありえないし、一意ではないという一見矛盾した結果になってしまうのですね。これはいったいどういうことかというのがこの 5 年くらい大きな謎になりまして、その答えが実は、このマップというのは「量子誤り訂正符号の理論」と深く関わっていると、そういうことにつながったわけです。



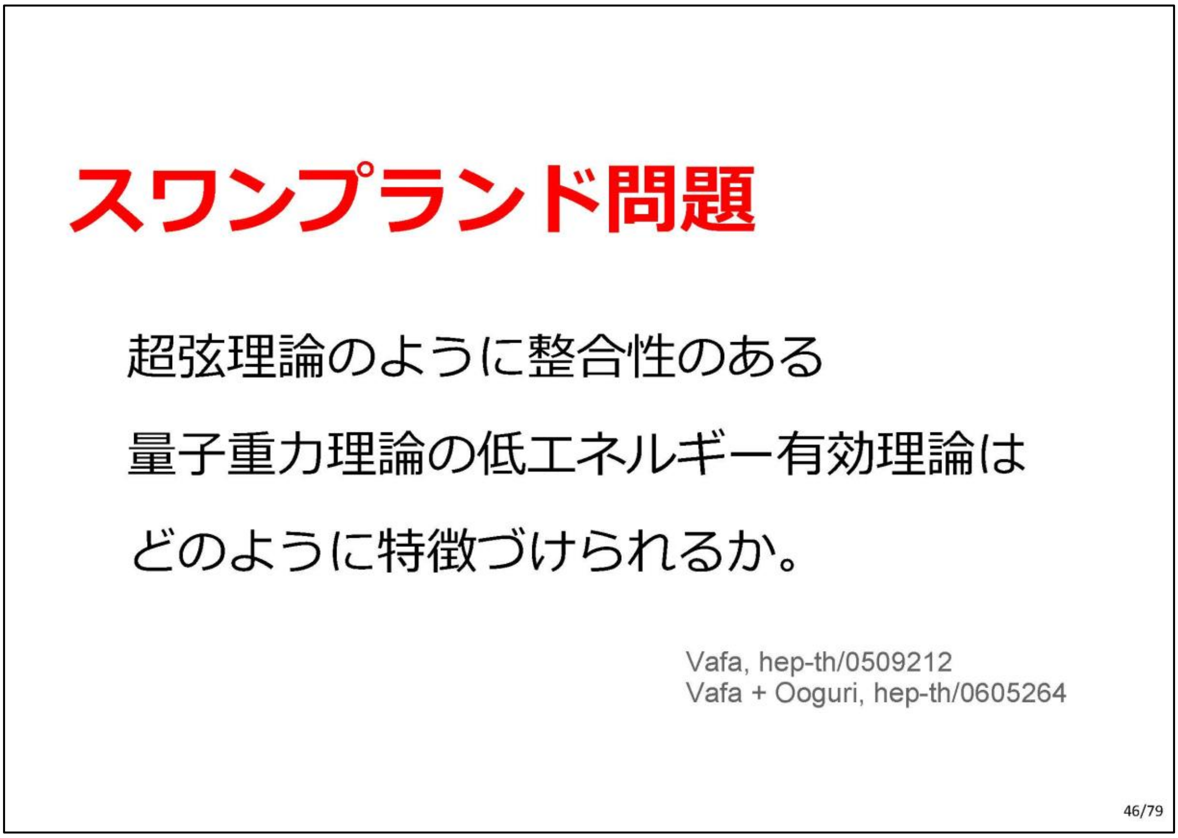
スライド ４１

さっき高柳さんの話にもありましたけどちょっとご説明したいと思います。

「誤り訂正符号」というのは、コンピュータの計算をするときにいろいろなエラーが起きると、それを直してやろうという考え方です。古典的なコンピュータ、例えば今僕らが使っているコンピュータのことですけれども、こういうものではどういうことをするかというと、一番簡単に言うと、同じ情報をコピーをたくさん作るわけです。ある０と１の数列があったら、それを何個も何個もコピーしてやって、パリティチェックとかいろんなことをして、ほとんどの場合は間違いが起きても一度には一か所か二か所でしか起きないから多数決で直すということをやるわけです。それは古典的なコンピュータの誤り訂正符号なのですけれども、量子コンピュータではそれが使えないのです。有名な、量子コンピュータは Xerox できない、量子力学には Xerox は無いという定理が、no Xerox principle というのがありまして、ある状態があったら、その状態のコピーの tensor product の状態へのユニタリ変換はないという簡単な定理があるのです。重ね合わせの定理と矛盾するというすごく初等的な証明があるのですけれども、そういう定理があるので、普通の古典的なコンピュータの誤り訂正符号はそのままではできないのですね。

でも、それをやることができるのが量子誤り訂正符号というものです。基本的な考え

方は古典的な訂正符号と同じなのですけれども、ある意味で redundancy に埋め込むわけですね。同じヒルベルト空間のいくつかのコピーを用意しておいて、その中の subspace を選ぶのですね。ただその subspace が、いろいろなヒルベルト空間の間の entanglement が強い状態の subspace を選ぶ。そうすると、あるヒルベルト空間でエラーが起きても、entangle しているからそれが再現できると―そういう考え方なのですね。実は、ここで言った paradox というのは、ここの情報が、ここの状態とここの状態の間の entanglement に埋め込まれているというふうに考えると全部矛盾は解決する。ですから、空間の中の状態というのは boundary の量子力学の entanglement の情報に書き込まれているという考え方が段々明らかになってきたのですね。それがこういうホログラフィー原理のある種の microscopic なメカニズムであるということが分かって、ホログラフィー原理と quantum error correction の間に非常に深い関わりがあるということが分かってきたわけです。



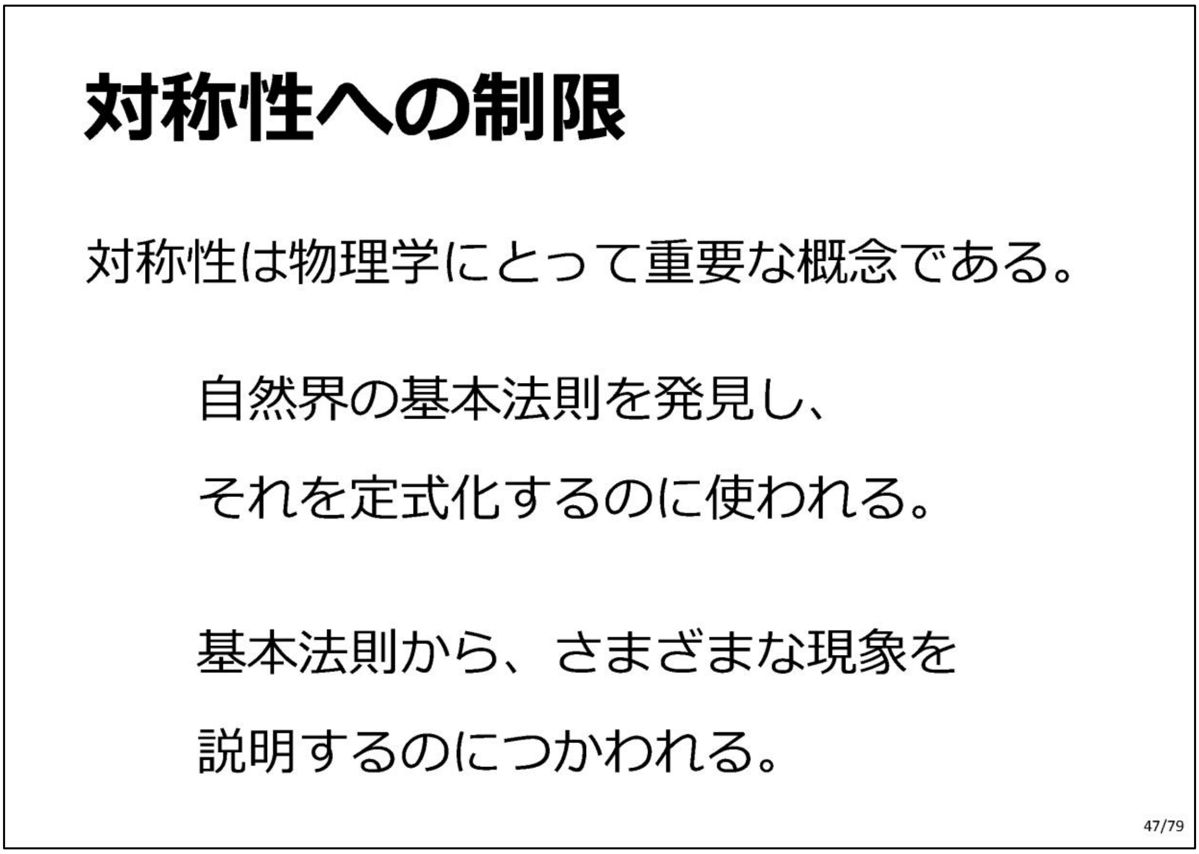
スライド ４２

この考え方を使って、スワンプランドを明らかにしていこうというのが、残りの 15 分ぐらいのお話しでございます。

スワンプランド問題というのは、一番最初のころに説明しましたけれども、低エネル

ギー有効理論、誰かが重力を含んだ低エネルギーの理論をくれたとすると、この理論が本当に整合性のある理論に昇華できるか、超弦理論のように整合性のある量子重力の低エネルギー有効理論はどのように特徴づけられるかという、そういう問題提起なのですね。

これは、この問題提起をしたのが、Vafa さんで、今から 14 年ぐらい前です。僕はその後に彼と割と初期の論文を書いたりしたのですけれども、こういうものについてちょっとご紹介しようと思います。



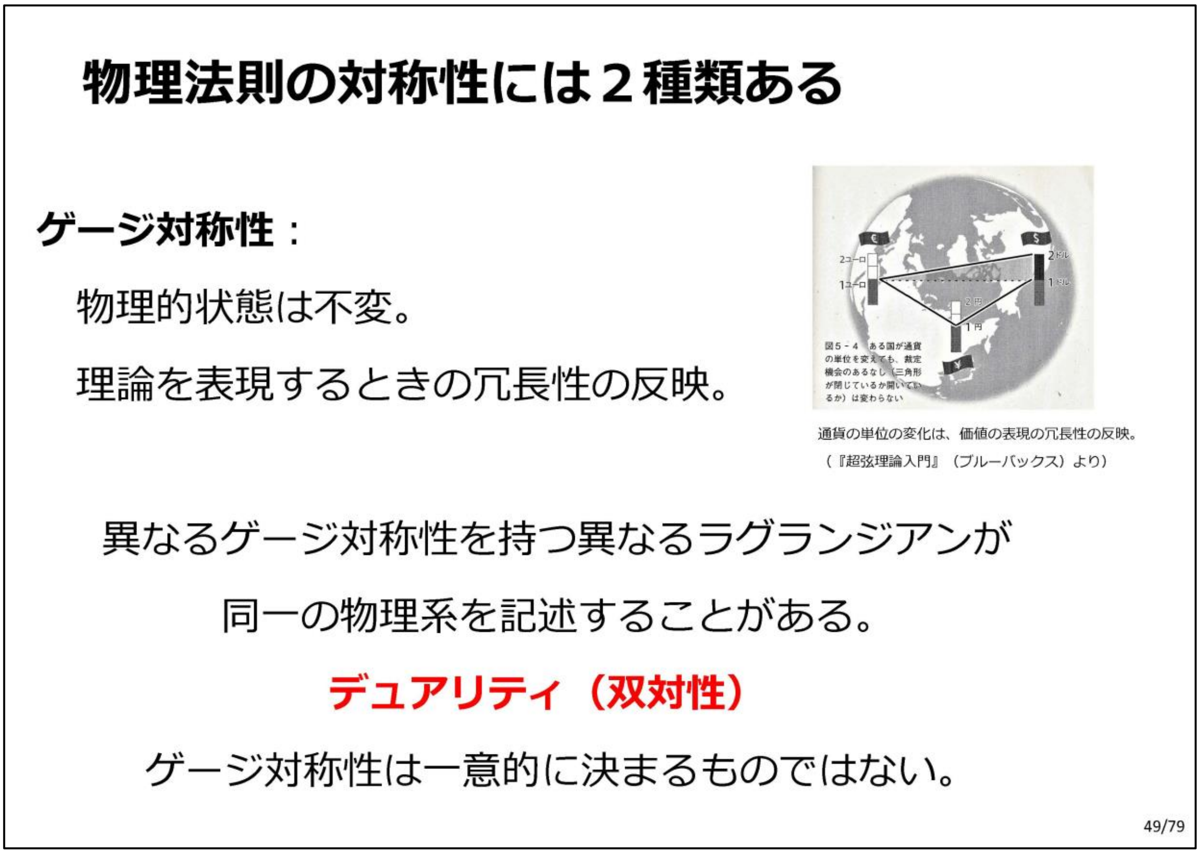
スライド ４３

一番きちんと説明できるのは、「対称性についての制限」なのです。もちろん皆さんご存知のように、対称性というのは、物理の発展にとって非常に重要な導きの星であるわけです。例えば、標準模型を描くときにも対称性というのは非常に重要で、基本法則を発見したり定式化するのに使われたりとかですね。

それからさまざまな現象を説明するのにも使われているわけですね。たとえば、物性物理学でいろいろな量子力学的なフェーズを分類する時にも対称性を使ったりするわけですね。

スライド　４４

対称性というのは、大まかに言って 2 種類ありまして、「ゲージ対称性」というのがあります。これは、理論を表現する時のある意味の redundancy みたいなものである。それからあと「グローバル対称性」。グローバル対称性というのは、本当に何か、物理的な状態に non trivial に作用するものがグローバル対称性なのですね。ところが、対称性というのはよくよく考えてみると、deceiving というか、見かけに騙されそうになることがあるのです。



スライド　４５

例えばゲージ理論の場合には、実は異なるゲージ対称性を持つような、異なるラグランジアンでも、同じ物理系を記述するというような状態があるのですね。これは、「デュアリティ」というふうに言っていて、これは 20 年位の間の物理の発展で、様々な duality というものが見つかってきたのです。ですから、そういう意味で、ゲージ対称性というのはあまり理論に intrinsic なものではないわけです。理論の表現の仕方によって出てくるものであるというふうに考えることができます。

そう、Seiberg duality はこの例ですよね。ただ、Seiberg duality というのは、低エネルギーのリミットに対する duality ですけれどね。例えば、Vafa-Witten duality なんていうのは、理論そのものの duality。スペクトラムも全部一緒っていう。だから、いろんな duality があるわけですけれども、共通するのは、ゲージ対称性というのは intrinsic ではないということですよね。一つの理論を与えた時に、それに対していろいろな表現がある、どういうラグランジアンを書くかによって、ゲージ対称性は違うということですね。

物理法則の対称性には２種類ある

グローバル対称性：

対称性の作用を起こす作用素がある。

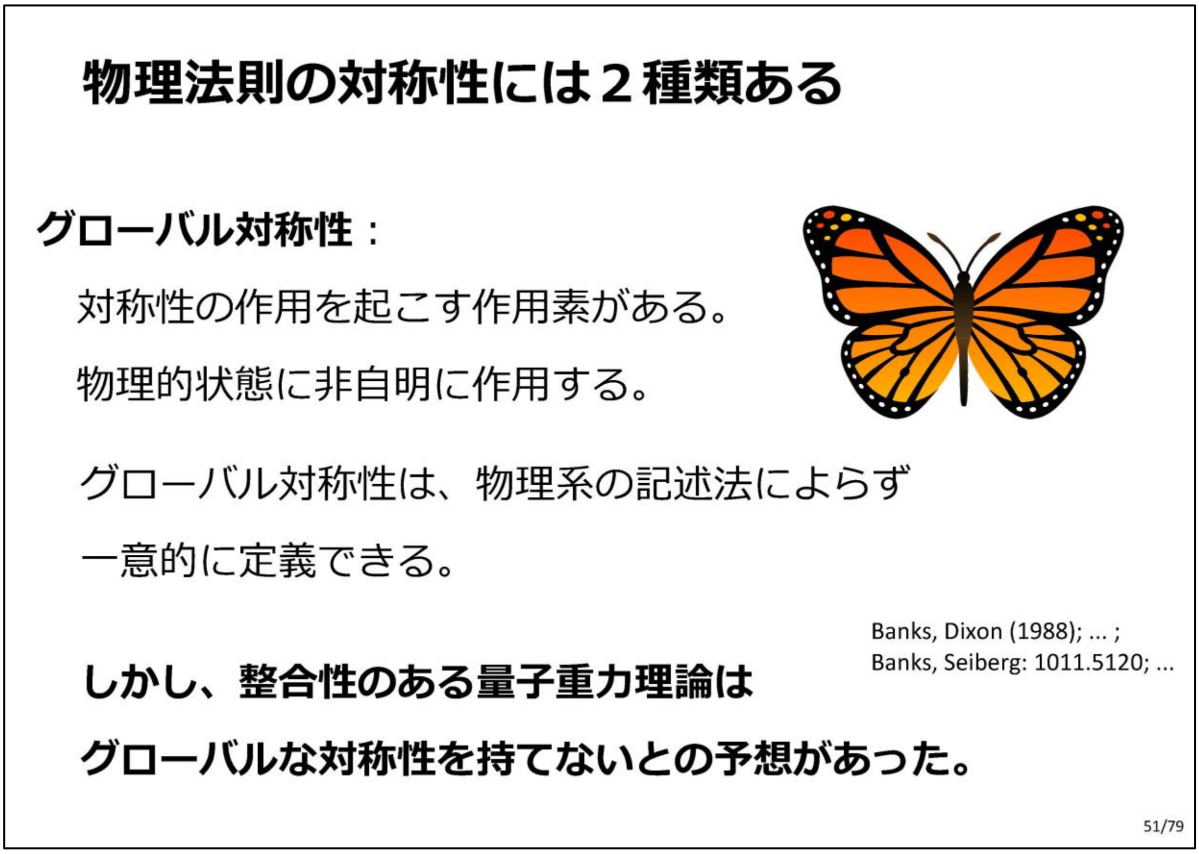
物理的状態に非自明に作用する。

グローバル対称性は、物理系の記述法によらず一意的に定義できる。

50/79

スライド　４６

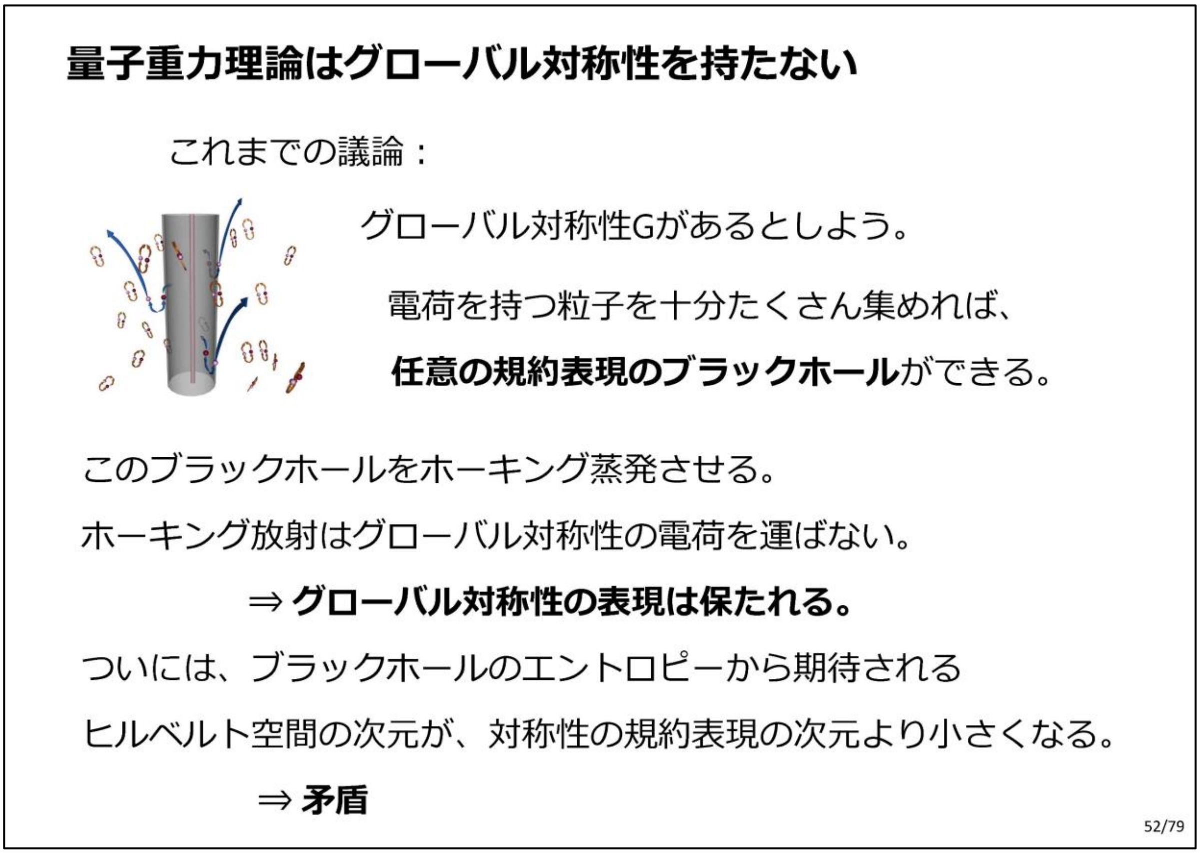
　じゃあ、グローバル対称性はどうかというと、きちんと一意的に定義できるのです。それは、ヒルベルト空間にどういうふうに対称性が作用できるかっていうのが、きちっと決まっているわけなので、これは間違いようがなくて一意的に決まるのです。



スライド ４７

しかし実は整合性のある量子重力理論までいくと、こういうグローバルな対称性を持つ理論は無いというふうに言われていたのですね。そうすると、対称性はすごい物理にとって大事だって言うのですけれど、ゲージ対称性というのは見かけのもので、グローバル対称性はそもそも無いと、いうことになってしまうわけですね。

こういう予想は、かなり昔から、John Wheeler のころからちょっと言われていたと思うのですけれども、きちんと言われるようになったのは、ここ 40 年、30 年位のことですね。実は、昨年私は、Daniel Harlow さんとホログラフィー原理を使って、これに対して最終的な証明を与えたので、これをちょっとご説明しようと思います。



スライド ４８

その前に、どういう根拠で予想されていたのかというのをご説明します。

これまたまたブラックホールを使った説明なのですね。グローバル対称性があるとブラックホールの性質と矛盾するというのが議論なのですね。たとえば、SU(2)の対称性を持つような理論があったとしようと。まあ例ですけれどね。SU(2)のグローバル対称性を持つような、重力理論があったとしようと。SU(2)っていうのは、皆さん学部で習うみたいに、スピン表現があって、スピン J の表現というのは 2 J+1 次元のわけですよね。J というのはいくらでも大きくていいですよね。だからたとえば、J が 1 万とか 10 万とかね、10 万の 10 万乗とかいくらでも大きな数を考えることができるわけですよね。それでそういう SU(2)チャージを持ったような物質を集めてやってブラックホールを作ると。そのブラックホールもものすごく大きな表現の次元を持っていると。そういうものを作ったとしようと。で、それが Hawking 輻射でどんどん decay していったとする。質量がだんだん軽くなるわけですよね。でも、ブラックホールのヒルベルト空間の次元っていうのは、entropy 公式で決まっているわけですね。だから質量が分かると、ブラックホールの次元、ヒルベルト空間の次元が分かるわけです。質量がどんどん Hawking radiation で無くなっていくと、どんどんその次元が小さくなっちゃう。そう

すると、たとえば 2J+1 次元で、J が 1 万の 1 万乗の 1 万乗か何かのものすごく大きな数だったら、ベッケンシュタインホーキング entropy で予言されるような次元に入らないと。そのヒルベルト空間のサイズが、表現の次元よりもっと小さいというような状況になってしまって矛盾であると。そういう議論があったのですね。これは、結構面白い議論なのですけれど、よく考えてみると穴がある。しかも、たとえば有限の場合には使えないのですよね。有限の場合には、表現の次元は有限ですから、こういう議論は使えないので、なんかもっときちんとした証明が無いものかっていうのは昔から議論があったのですね。

量子重力理論はグローバル対称性を持たない

Harlowと私は、この主張をAdS/CFT対応によって精密に定式化し、
ホログラフィー原理と量子誤り訂正符号の関係を使って、
離散対称性と連続対称性の両方について証明を与えた。

また、ゲージ対称性がある時には、対称性の任意の規約表現にしたがう物理状態があるという**完全性定理**を証明した。

さらに、技術的な仮定の下で、**ゲージ対称性がコンパクト**であることを証明した。

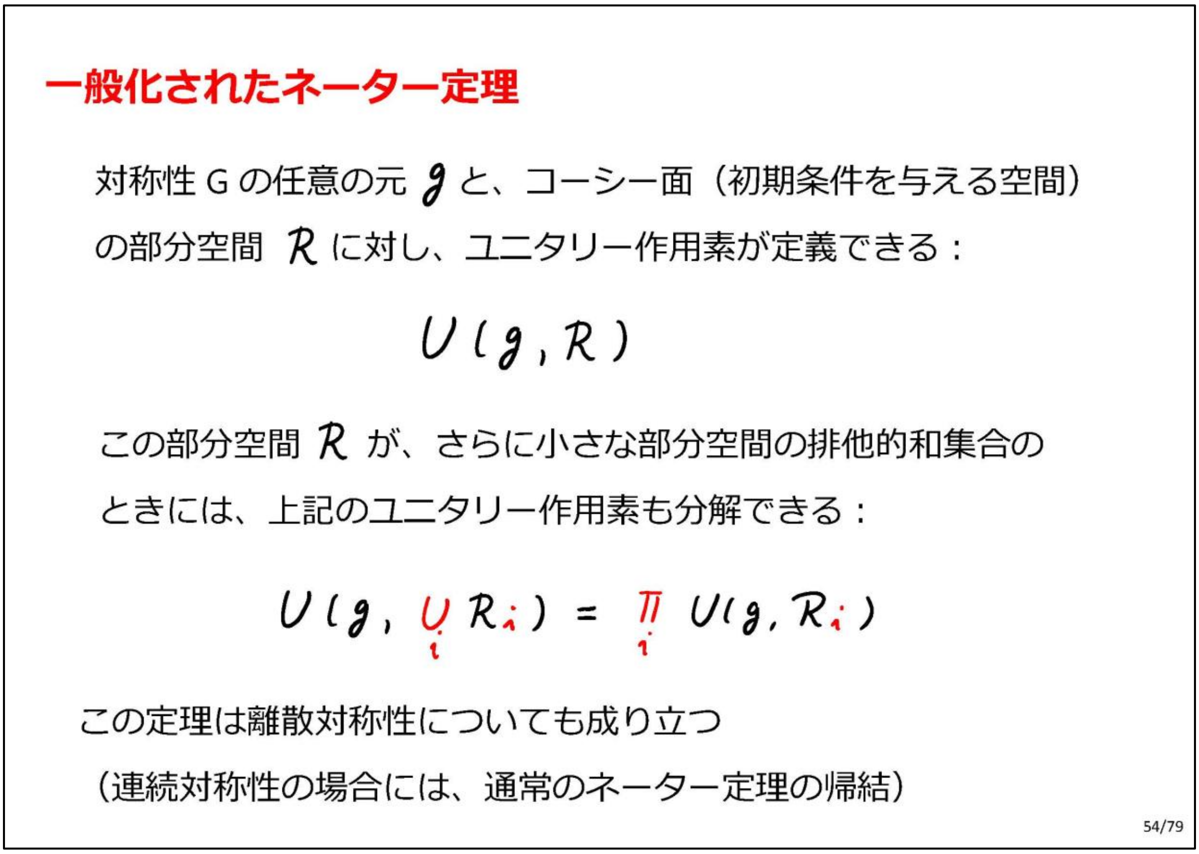
arXiv:1810.05337 (5 page summary, Phys. Rev. Lett.)
arXiv:1810.05338 (175 page complete proof)

53/79

スライド ４９

実は昨年、私が Daniel Harlow さんと 2 つ論文を書いて、1 つは 5 ページで、1 つは 175 ページで、これ 35 倍なのですけれど、こっちはアナウンスメントでこの間 Physical Review Letter に出していただいたのですが、これで実は、ホログラフィー原理と量子誤まり訂正符号の関係を使うと、これは証明できるというわけなのですね。これと、その他に完全性定理というのも証明して、これは、ゲージ対称性がある場合には、その対称性の任意の表現に対する物理状態があるという、そういうことを証明したのですね。これは量子重力に特有な性質で、例えば普通の場の量子論だと表現の種類にギャップが

あったり、例えば素粒子の標準模型ではゲージ群の特有な表現しか現れてきませんよね。だけど、量子重力の場合には任意の既約表現が実現しなくてはいけないという、そういう定理も証明することができました。



スライド ５０

ちょっと、最初の対称性が無いっていうのをホログラフィー原理を使ってどうやって証明するかっていうことを説明しようと思います。

さっきのブラックホールの例だったら、どんな J も実現するっていうことですよね。それを証明するのに、一つ概念を導入する必要があります。これは「一般化されたネーター定理」という、これは僕はこの仕事をするまでは知らなかったのですけれども、実は場の量子論を厳密に扱う作用素環の世界では、ネーター定理の一般化というのがあるのですね。ネーター定理というのは学部で習うのですけれども、ある物理系があって、それは連続の対称性があるとそれに対応したチャージデンシティがあって、それを積分したものが保存するという、ネーターの定理といいます。それは連続的な群にしか成り立たないわけですよね。でも実は、離散的な群に対しても成り立つネーター定理というのがあるのですね。知らなかったのですけれども、数学者が証明していたのですね。これはどういうものかというと、ある対称性 G が場の量子論に作用すると、こういうオペ

レーターを考えるのです。ある領域に対して、その群の元があって、それはユニタリーオペレーターがある。まあこういうものを作ることができるのですね。一般的な場の理論の仮定の下で、こういうことを証明することができる。このオペレーターというのは、例えば、この空間を、いくつかの重ならない領域に分割したら、この各々の空間に作用するようなオペレーターの積で書ける。こういうことを証明することができるのですね。

これは、ネーターの定理が成り立っているとこれは自明な主張で、ネーター定理が成り立っていると、U の G というのは、なんか E の i×セータ×ネーターカレントの積分を指数関数の肩に乗せたものですよね。でこの R という領域について積分する。そうするとですね、この R というのがいくつかの領域の直和になっていると、この積分というのは、各々の領域の積分の和ですから、でもエクスポネンシャルの肩にあるので、こういう風に積として書ける。だからそうすると、積として書けるではないかということで、普通の連続群のネーター定理があるとなんかトリビアルな考え方なのですけれど、これ実は場の量子論に Z2 対称性とか、モンスター群の対称性とかがあってもですね、成り立つのですね。

量子重力理論はグローバル対称性を持たない

AdSの中の重力理論がグローバル対称性 G を持つと、

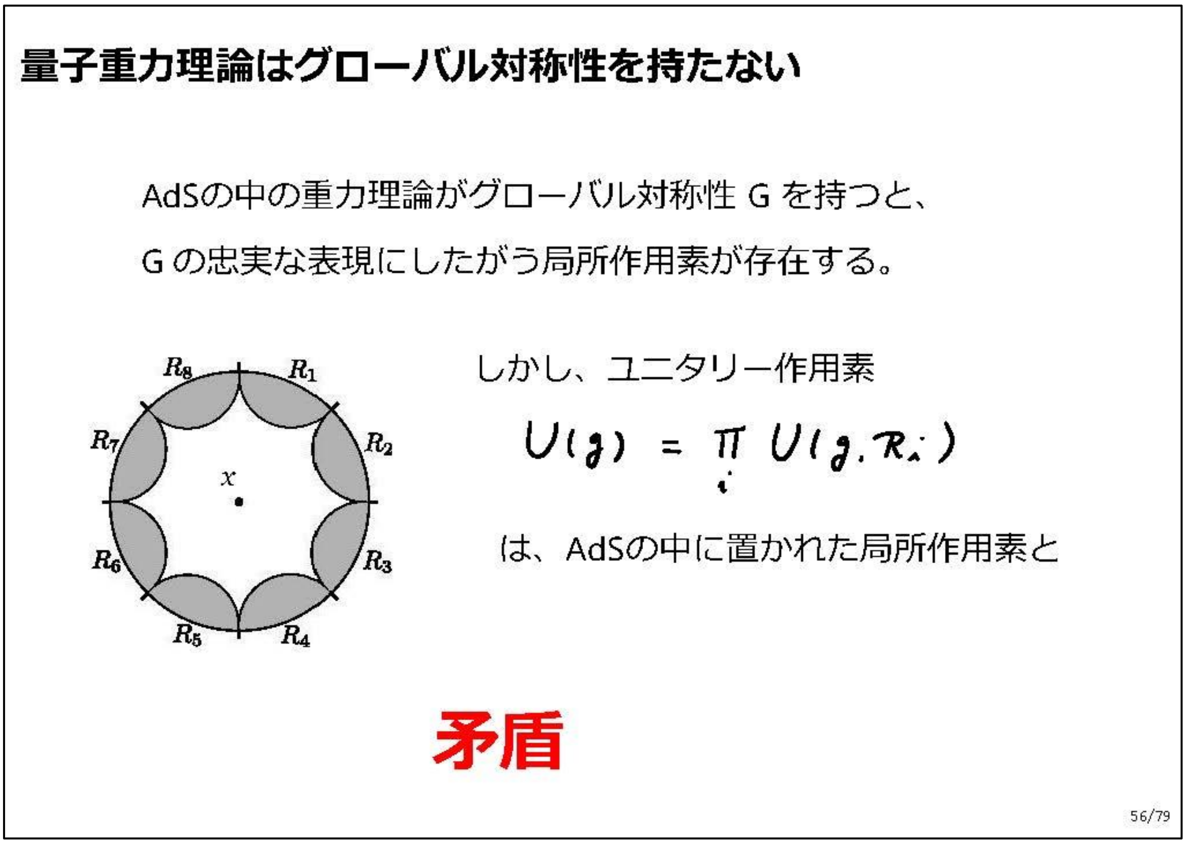
G の忠実な表現にしたがう局所作用素が存在する。

55/79

スライド ５１

違う所に作用しているからコミュートするわけですね。それも、場の量子論の仮定の

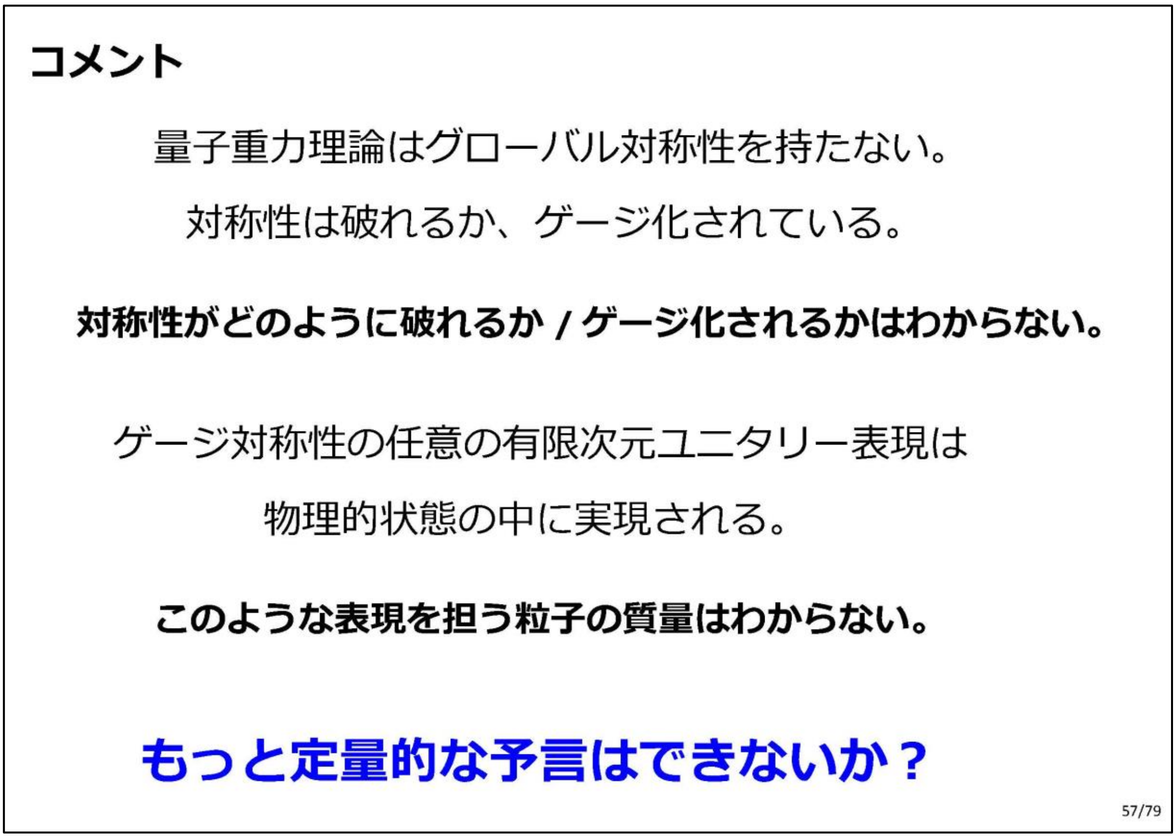
一つです。これを説明すると、実は量子重力理論にグローバル対称性が無いというのが、1ページで説明できるので、それを説明しようと思います。



スライド ５２

背理法を使って説明します。たとえば、重力理論がグローバル対称性を持つとするとですね、それに対して何か忠実な表現がないといけないですね。忠実な表現がなくてもいいのだったら、トリビアルな表現しかなくてもいいのだったら、何かすごく変な状態を考えて、例えば素粒子の標準模型がモンスター対称性を持つと言ってもいいけれども、全部の表現がトリビアルなわけです。だから忠実な表現がないといけないと思うわけですけれども、その表現を持ったような状態がこの真ん中にいたとします。このバウンダリーをこの絵では８つのセグメントに分けました。そうすると、この群を表現するユニタリーオペレーターというのは、それらに作用しているオペレーターの直積に書けるわけです-ね。各々のオペレーターというのは、各々のところしかカバーしない。さっきの entanglement wedge reconstruction っていうやつで。そうすると、すべてのオペレーターはこのオペレーターとコミュートしちゃうわけですね。そうするとこのユニタリーオペレーターというのは、このオペレーターと自明に作用せざるを得ないと。これは仮定に矛盾しているのですね。忠実な表現だと思ったわけですから、矛盾している。これ

で、矛盾しているからおしまい、という証明でこれをきちんとやろうと思うと 175 ページかかるというわけですけれども、肝は何かというと、対称性っていうのは、エンタングルメントを引き起こさないということなのですよね。先ほど見ましたようにこのエンタングルメントというのは、この違う領域の間のもつれというわけですね。ところがネーターの定理というのは、対称性のオペレーターはこういう風に分割されてしまうわけですから、エンタングルメントができない。そういうわけなので、「ホログラフィー原



スライド ５３

理で予言されるようなローカルオペレーターには作用しない」というのが肝なのですね。

まあ、証明できてよかったのですけれど、あと 10 分位ですよね。だけど、それがどういう風に破れるかというのは、この定理では証明できなかったのですね。それから、完全性定理というのがあるから、どんな定理も実現されると言っていたのですけれど、そういう表現を担うような量子の質量、粒子の質量が分からなかったので、もうちょっと強い主張をしたい。証明ができたからいいのだけれど、もうちょっと定量的な予言はできないかっていうのは、もう少し欲を持って考えたとします。実は、そこまでは証明できていないのですけれど、いろんな予想はあるのですね。残りの時間で、その予想を説明しようと思います。

ここまでは、

理論的に証明できることを

お話ししましてきました。

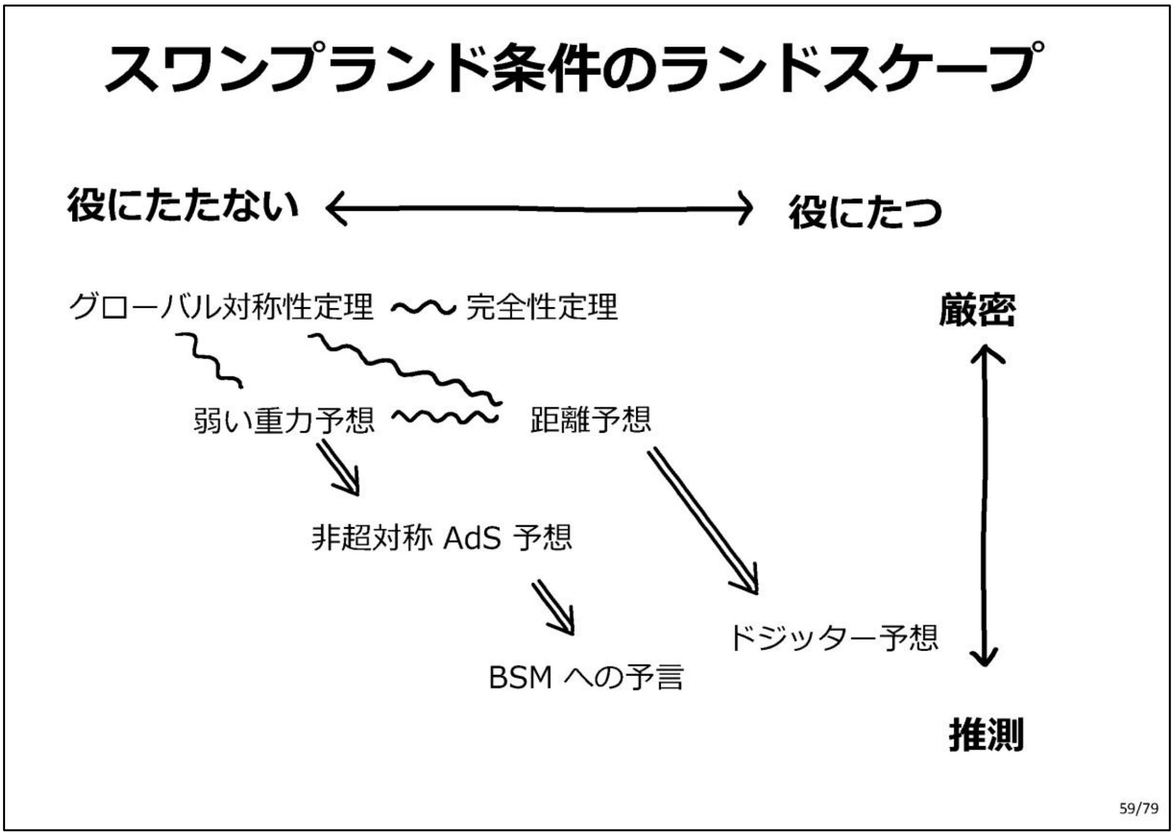
これから、

危険な予想の領域に入ります。

58/79

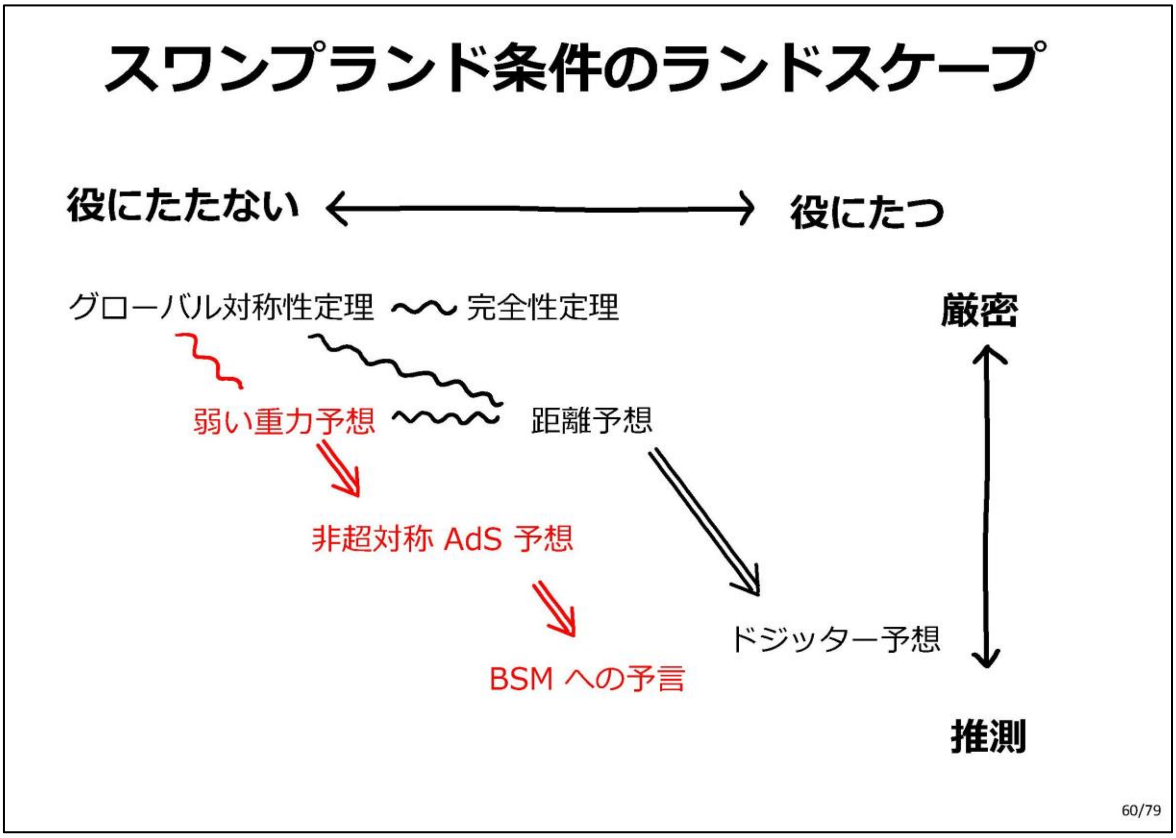
スライド ５４

これまでは、きちんと理論的に証明できることをお話ししたのですけれども、ここから予想のお話をしようと思います。これは誰か分かります？　いろいろなセミナーで見せたことがあるのですが、去年の１月に Aspen に行った時に撮ったのですけれど―Paul Ginsparg って人です。若い人はご存知ないかもしれないですが、“arXiv”を発明した人です。なんか “DANGER THIN ICE”とか、ここに立っているから写真に撮ってみたのですけれど。別にこの後、ズボッと落ちたということではないです。



スライド　５５

　いろいろなスワンプランド状態予想というのがありまして、これはいろいろお話していくのにあまり時間もないので、ちょっと全貌を見せるために、ダイアグラムにして描いたものです。縦軸は「厳密」と「推測」というやつで、横軸は「役に立たない」と「役に立つ」という軸で定量的に示してみました。例えば、僕が先ほど証明したグローバル対称性は無いというのは、厳密に証明できるのですけれども、そのままじゃあまり役に立たないのですよね。弱い重力予想とかいうのがありますけれども、それはもう少し役に立つけれど、これは予想ですから厳密ではない。なんか最近僕らがやって非常に話題になったドジッター予想というのがあって、これは結構、現在のダークエネルギーとかインフレーションの理論に、非常に重要なインプットがあるのですけれど、これはかなり推測なのですよね。残念ながら、今のところ予想はこの 45 度のところにあってですね、すごく厳密だけど役に立たないか、役に立つけどまだ推測の域にしか達していないか、どっちかしかないので、今の希望としては、これをもうちょっとこっちの「厳密」の方に持っていきたいなと思っているわけですね。



スライド　５６

スライド　５７

ちょっと「赤」のラインについて少しご説明しようと思います。

「弱い重力予想」。重力というのは電磁気力より全然弱い。これを一般化したのが弱い重力予想というやつですね。

グローバル対称性定理は、グローバル対称性が破れるか、ゲージ化されていることを示す。

しかし、**対称性がどのように破れるか / ゲージ化されるかはわからない。**

完全性定理は、ゲージ対称性の任意の有限次元ユニタリー表現が物理的状態の中に実現されることを保証する。

しかし、**このような表現を担う粒子の質量はわからない。**

弱い重力予想は、これを定量化する。

62/79

スライド ５８

弱い重力予想

アインシュタインの重力理論、マックスウェル場（一般に長距離ゲージ場）と有限な数の物質場によって記述される低エネルギー理論は、整合性のある量子重力理論に昇華されるとすると、以下の不等式を満たす質量 m と電荷 Q を担う粒子を含まなければならない。

$$m \leqq \frac{|Q|}{\sqrt{G}}, \qquad G：ニュートン定数$$

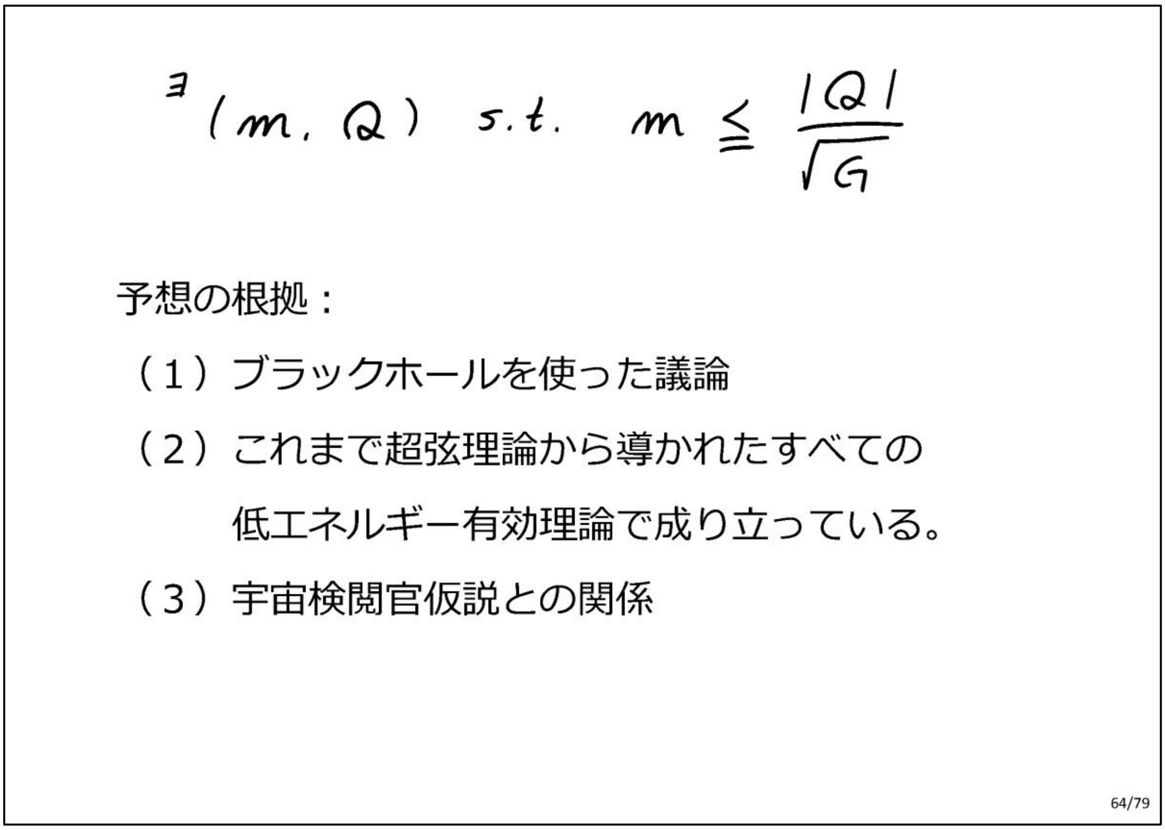
Arkani-Hamed, Motl, Nicolis, Vafa: hep-th/0601001

63/7

スライド ５９

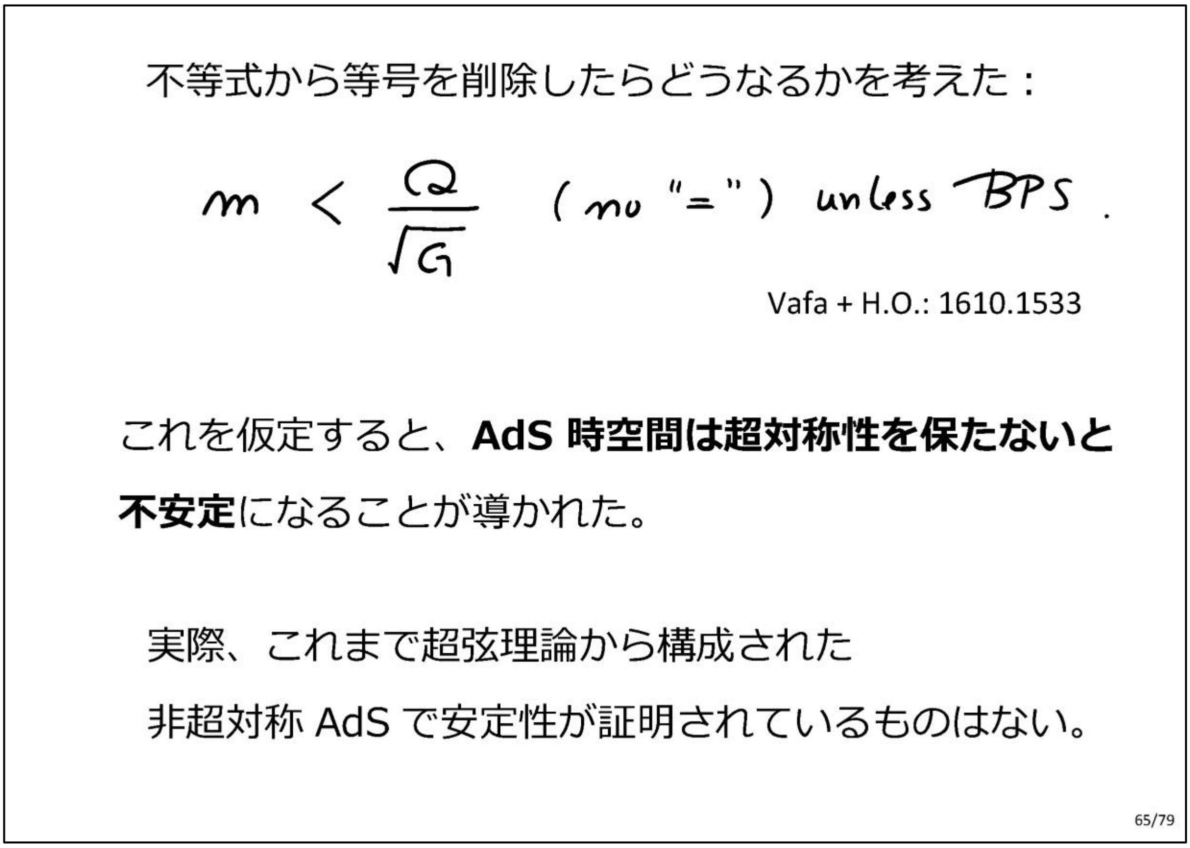
これがフォーミュレーションですけれども、アインシュタインの重力理論とそれからマックスウェル場があって、そこにいろんな物質場があったとします。そうすると、それがスワンプランドじゃないためには、この関係式を満たすような粒子が無いといけないとなります。Newton 定数の単位で測った時に、質量がチャージよりも小さいということです。

これはどういうことかいうと、Newton の引力が電荷による斥力より弱いということで、これは重力が弱いということですね。こういうものが必ずなければいけないと、そういう予想です。



スライド ６０

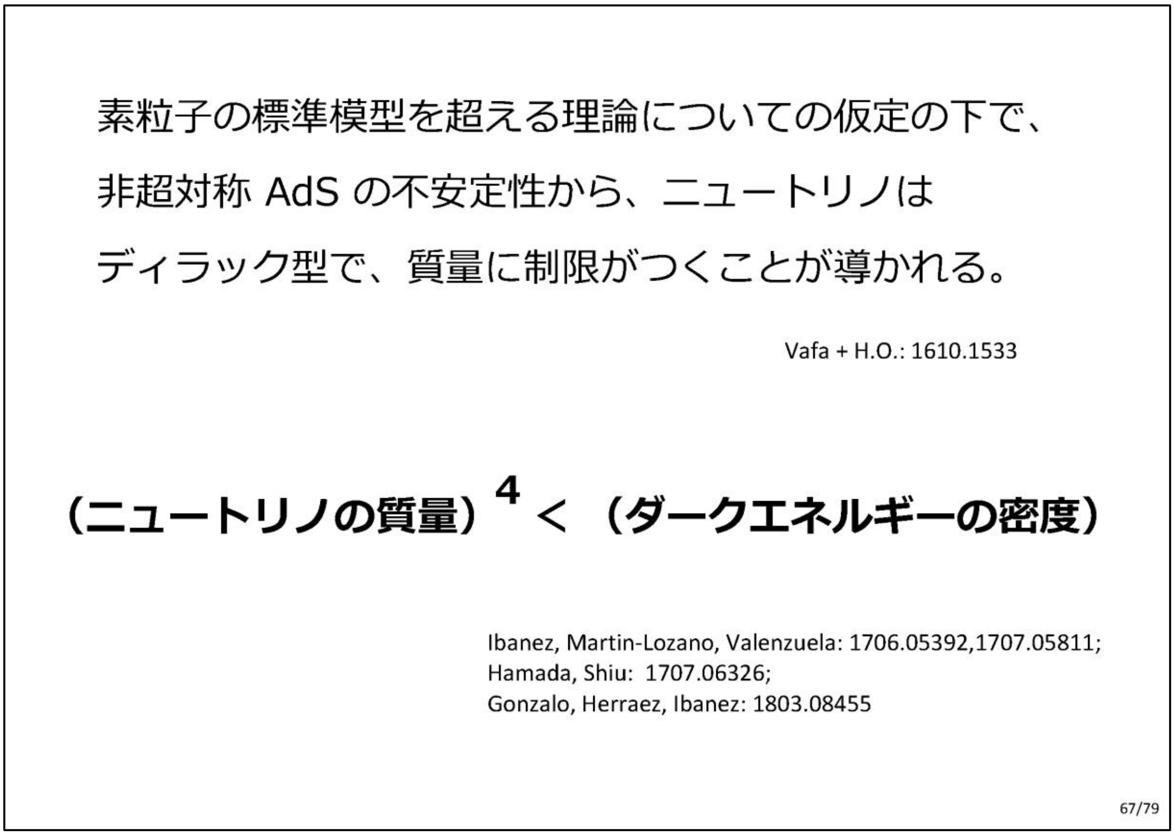
これもやっぱりブラックホールを使った議論とかですね、それからこれまで超弦理論から導かれたすべての低エネルギー理論で成り立っているとか、最近なんか cosmic censorship_hypothesis（宇宙検閲官仮説）と関係があるとか、まあいろいろなことが分かってきました。



スライド ６１

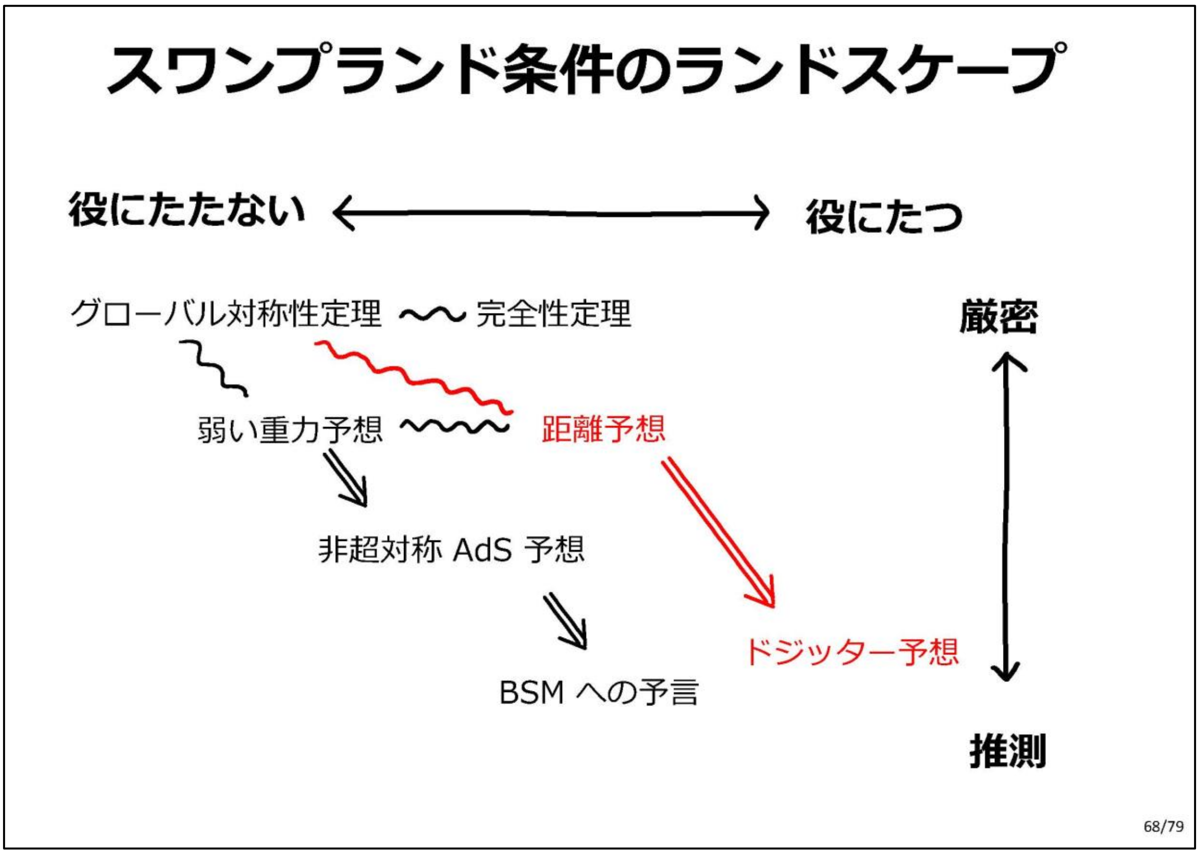
3 年位前に僕が Vafa さんとこれをもう少し強くした予想を立てたのですね。そしたら、そこからいろいろな驚くべき帰結があってですね、

たとえば「AdS 時空間が超対称性を保たないと不安定になる」とかいうことも言えたのですね。実はそれをどうやって検証したかという話をしたかったのですが、時間もないので、それはちょっと端折ります。

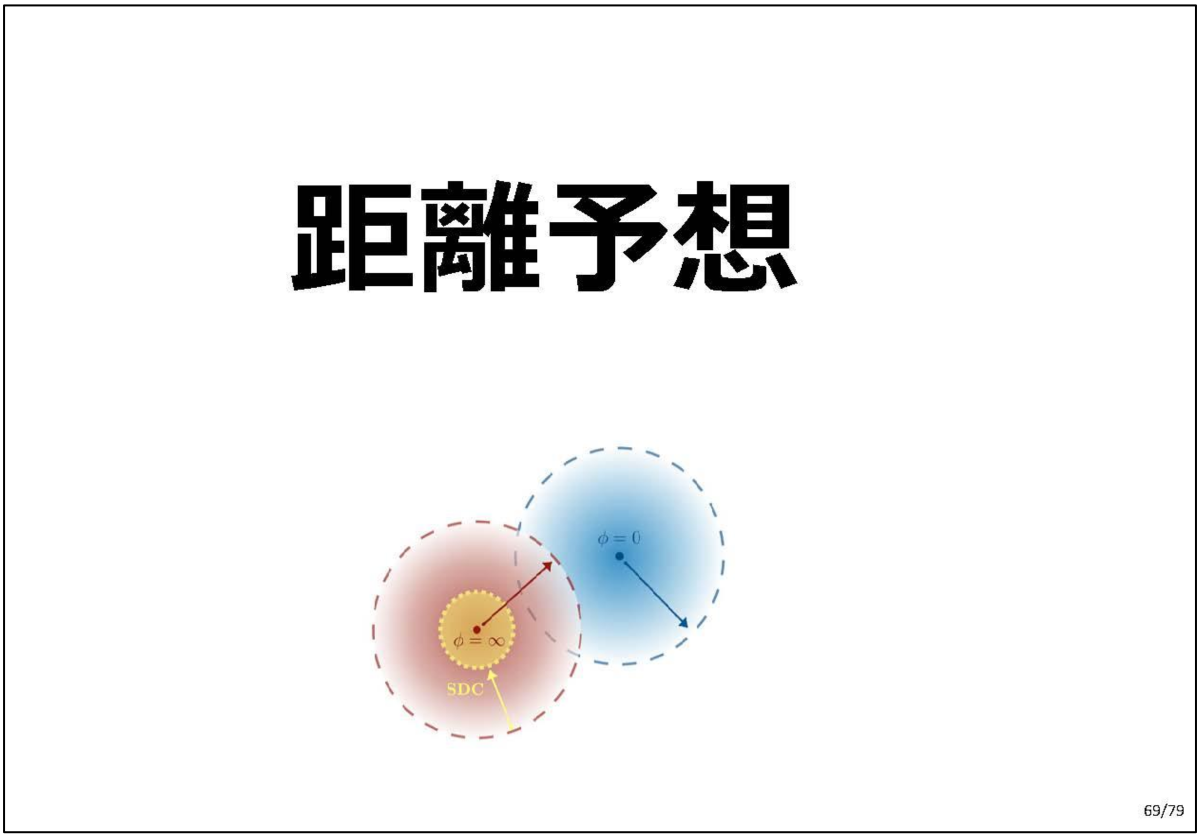


スライド ６２

ひとつ面白いのは、この「弱い重力予想」を仮定すると、ニュートリノの質量とかタイプに予言があるのですね。これを仮定するとですね、標準模型を超える物理についてある種の仮定を置くと、標準模型のニュートリノはディラック型でしかもその質量っていうのは宇宙のダークエネルギーの密度と不等式によって関係するということを予言することができる。これは、非常に面白い関係で、気が付いた方はたくさんいると思うのですけれども、実はニュートリノの質量というのはまだ分かっていないのですけれども、ニュートリノの質量の差は分かっているから、おおよそそのくらいのオーダーだと思うとですね、それを 4 乗してやると大体ダークエネルギーの密度と同じくらいのオーダーの量なのですね。これは、偶然ではないのかもしれないといことを考えられた方はたくさんいると思うのですが、実は「弱い重力予想」を使うとこういう不等式が予言できるというわけなので、これをチェックするのは面白いですね。これがこのライン。この予言というのはかなり推測の方なのですけれども。

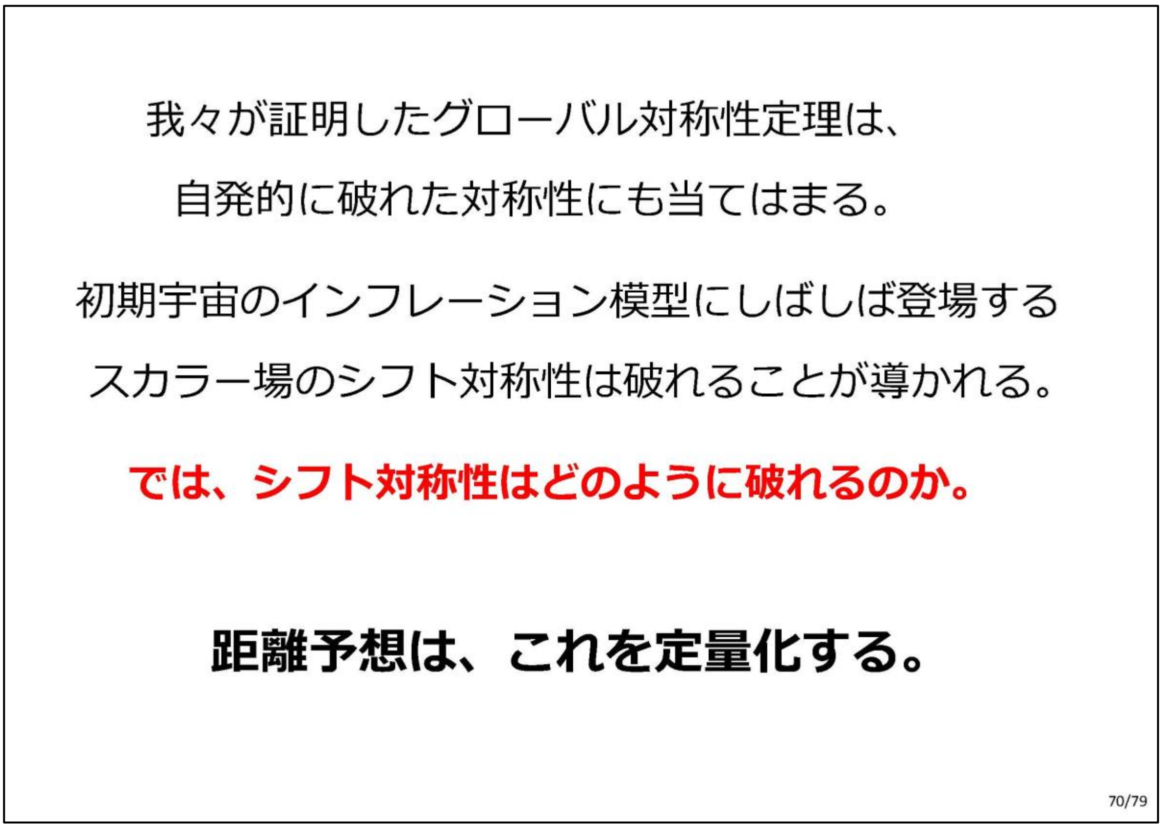


スライド ６３



スライド ６４

あと、こっちの「赤い」ラインには、「距離予想」というのがあって、アイデアだけ言うとですね、



スライド ６５

僕と D. Harlow が証明したグローバル対称性がないという定理がありましたよね。グローバル対称性がないという僕らの定理というのは、実は自発的に破れた場合にも僕らの定理というのは使えるのです。さっきご説明した証明というのは、自発的に破れた場合にも使えるのです。そうすると、こういうことを考えることができるのです。たとえば低エネルギー理論で、スカラー場があって、スカラー場にポテンシャルがなかったとします。ポテンシャルがゼロだったとする。そうすると、スカラー場にはシフトシンメトリーがあるわけですね。シフトシンメトリーというのは、スカラー場の値をこうシフトする対称性があるわけですけれども、これはでも自発的に破れているのですね。スカラー場の値によって自発的に破れているのです。そういうものは厳密には許されないというのが僕らの定理なので、シフト対称性はどこかで破れなければいけない、ということが言えるわけです

距離予想

超弦理論はパラメータのない理論であり、すべてのパラメータは何らかのスカラー場の期待値である。

距離予想は、こうしたスカラー場の値の空間（モジュライ空間）の幾何学的性質に関する予想である。

スライド ６６

距離予想

1．モジュライ空間のある点から、いくらでも遠い点がある。

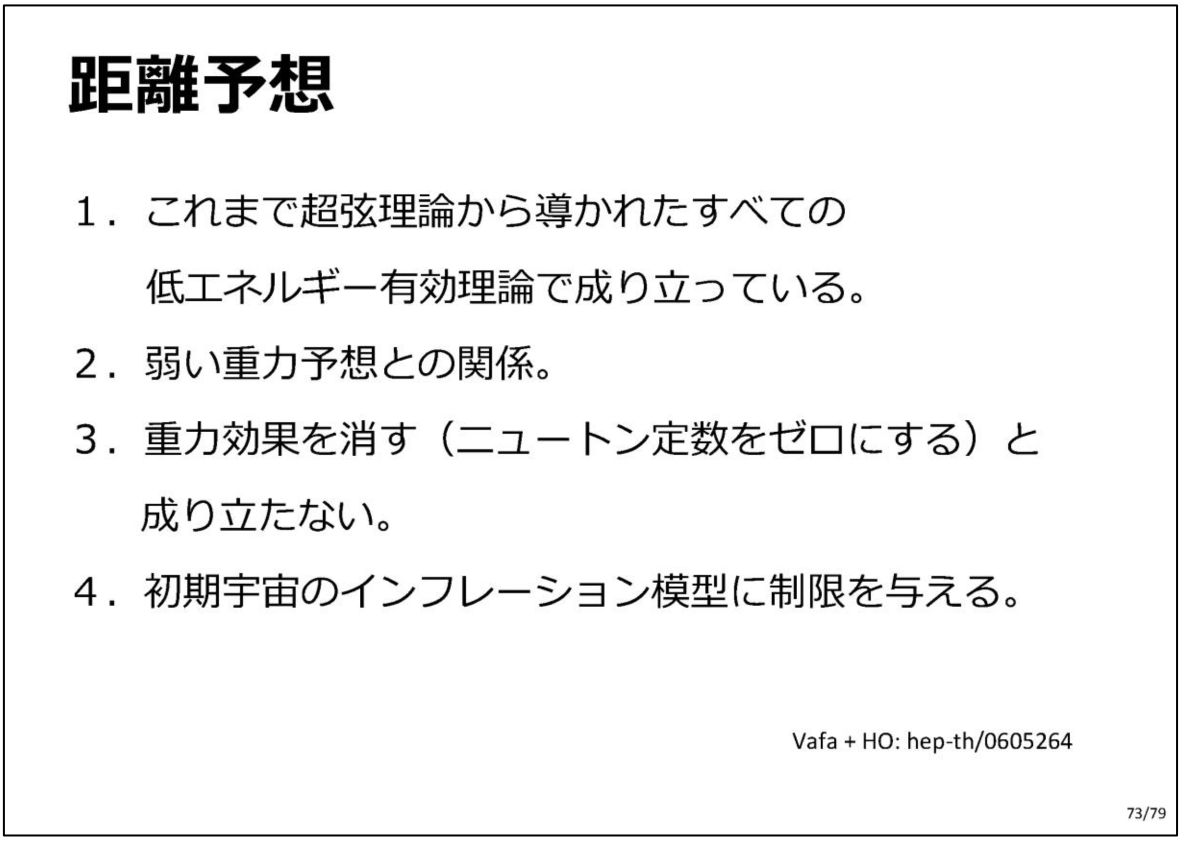
2．モジュライ空間の点 X から d(X, Y) > T >> M_p だけ離れた点 Y には、質量 M_p exp(- a T/M_p) の新しい粒子が現れる。

3．こうした新しい粒子のため、点 X での低エネルギー有効理論は、点 Y には使えない。

4．モジュライ空間の閉包は単連結である。

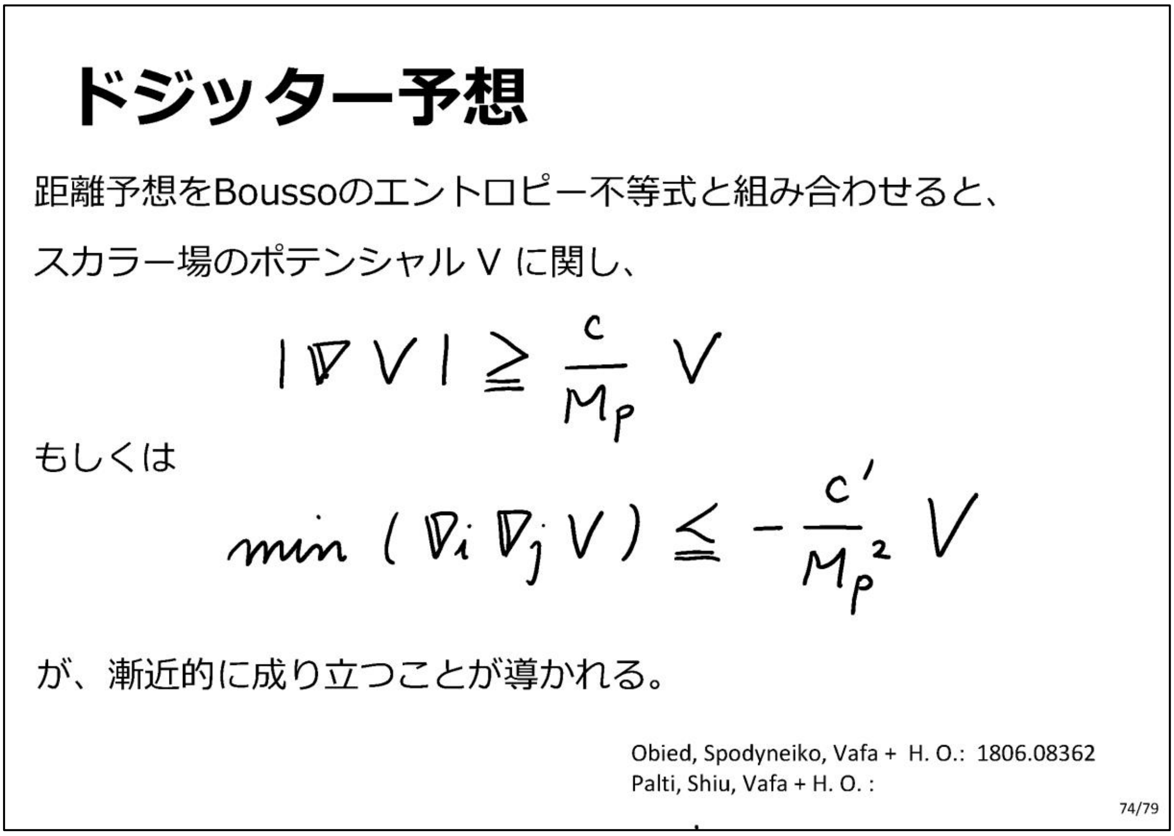
Vafa + HO: hep-th/0605264

スライド ６７



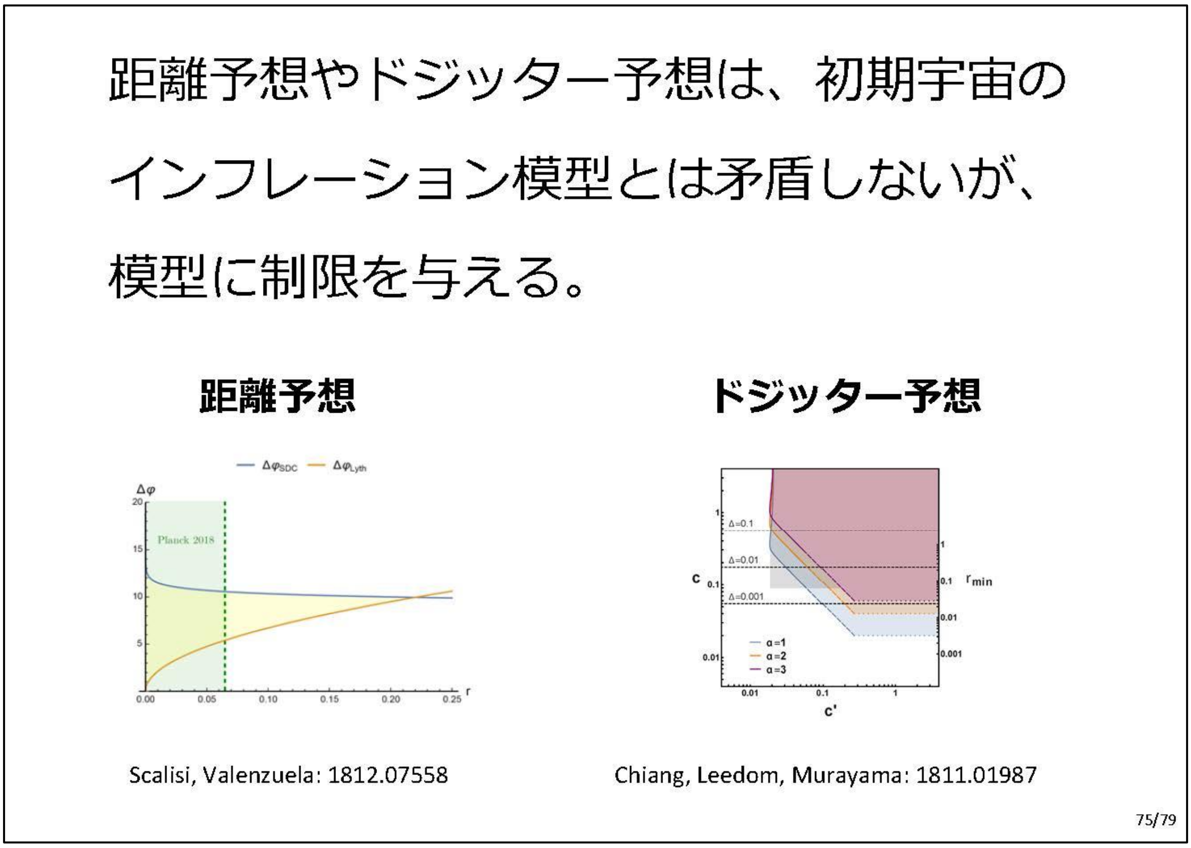
スライド ６８

これは結構、インフレーション理論とかに重要で、インフレーション理論だと、よくシフト対称性があるスカラー場とか使ったりするわけです。だからそれが、どういう風にして破れるかというのがすごく重要なのですが、それを定量化したのが「距離予想」というやつで、これは僕が Vafa さんとずいぶん前に書いた論文で、全然時間がないのでご説明できませんけれども。



スライド ６９

これとそれから Raphael Bousso の entropy 不等式というのを使うと、「ドジッター予想」というのを動機づけることができるのですね。これは、低エネルギー理論にスカラー場があってそのポテンシャルがあったら、こういう不等式が成り立つというそういう予想です。

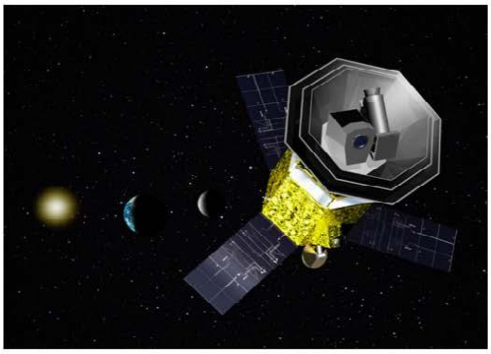


スライド ７０

これを使うと、例えば純粋なドジッター解というのは、存在しないということが予言できるわけです。ドジッター解はインフレーション模型とかに使われています。しかし、それをちょっと変形したものでも、インフレーションにはなるので、インフレーション模型自身とは矛盾しないのですけれども、模型にいろんな制限を与えることができるのです。

特に重要なのは、宇宙背景マイクロ波輻射の R 比っていうのがあるのですけれども、テンソル・モードとスカラー・モードの比とかですね、そういうものに制限を与えることができるわけです。これは僕らの論文ではなくて、これは、Valenzuela さんが僕らの距離予想から導いたインフレーションへの制限で、これは村山さんなどが僕らのドジッター予想から導いた制限なのですけれども、これはそのうち実験と比べることができるかも、今の予想ではまだまだできないのですけれども、これをもう少し精密化すると、インフレーション理論をインフレーションの観測と比較することができるかもしれません。

ISAS/JAXA は、宇宙背景マイクロ波放射の偏光を測定し、インフレーション模型を検証することを目標とするLiteBIRD 衛星の８年後の打ち上げを決定した。

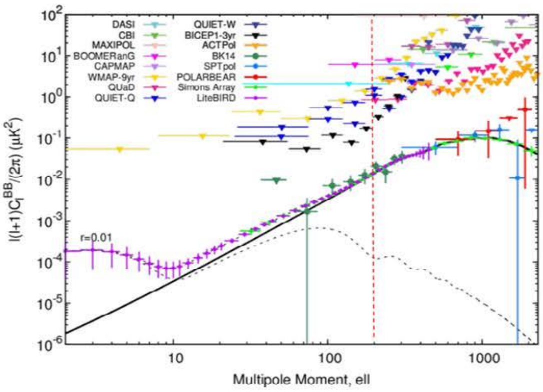


スライド ７１

超弦理論の定量的予言能力を高めて、

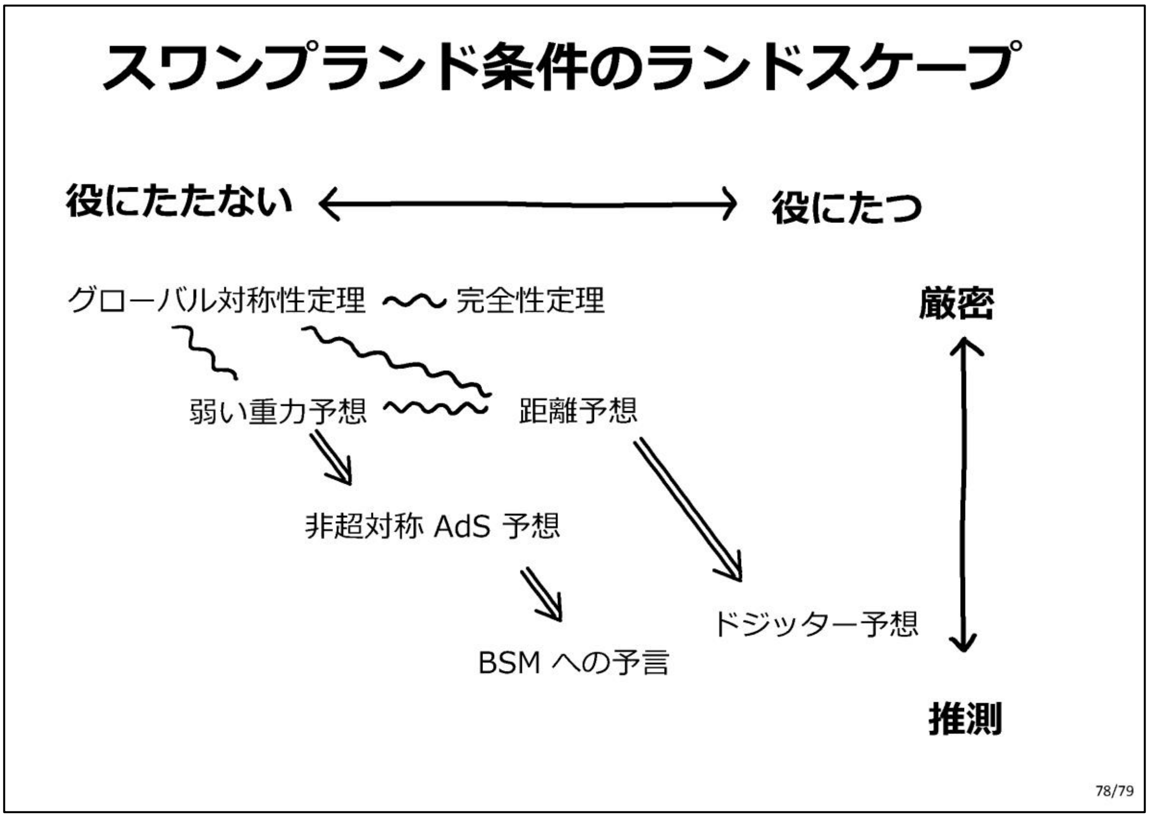
８年後にLiteBIRD 衛星からのデータと

対峙したい。



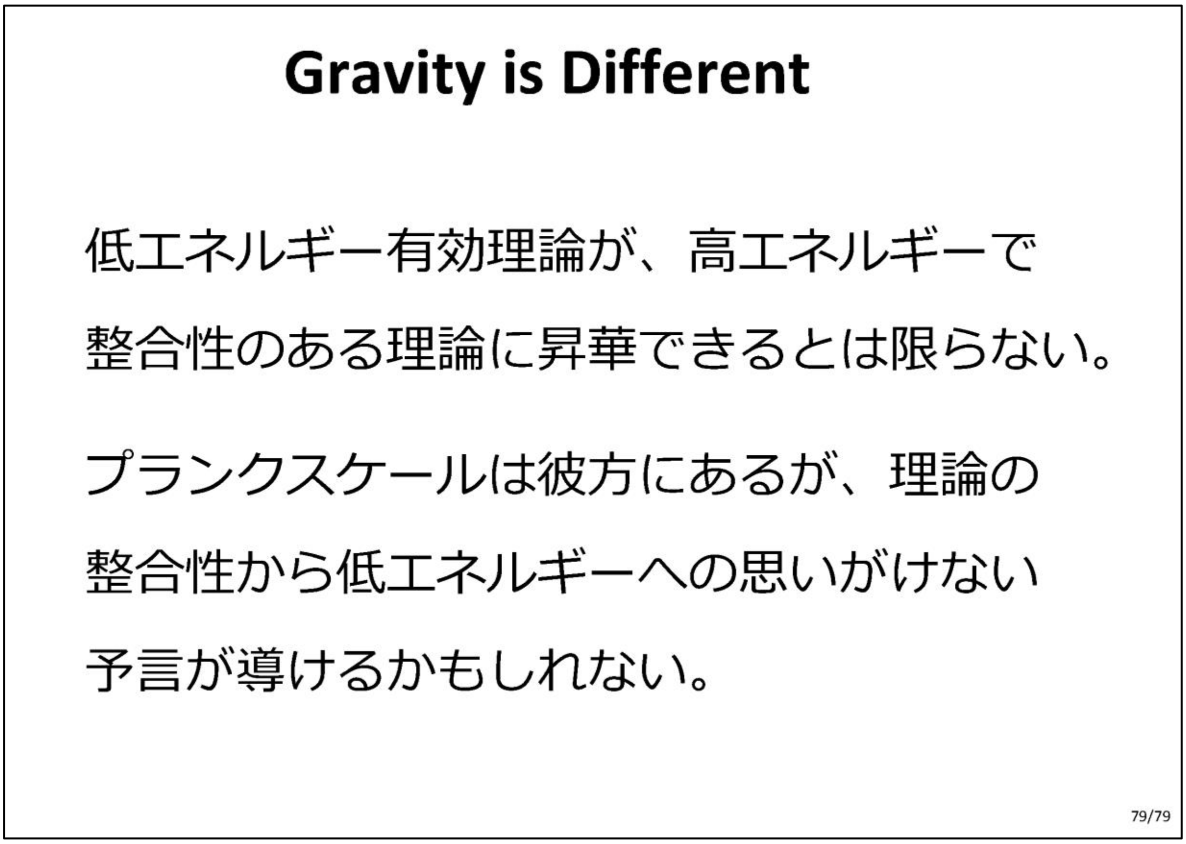
スライド ７２

実際に今から８年後には、LiteBIRD 衛星というのが打ち上げられて、宇宙背景マイクロ波輻射の偏向を精密に測ることができることになっているので、それが実現すると、こういうインフレーション模型の制限と比較することができるということを期待したいというわけです。



スライド ７３

今日お話したかったのは、こういう風にさまざまな超弦理論のフォーマルな研究から低エネルギー理論へのさまざまな予言が出つつあるということです。



スライド ７４

低エネルギー有効理論が高エネルギーで整合性のある理論に昇華できるとは限らないので、プランクスケール自身ははるか彼方の高いエネルギーなのですけれど、そこにある理論の整合性から思いがけない予言が導かれるかもしれないと、まあそういうことをいろいろ研究しているわけです。

どうもありがとうございました。

【司会】高柳先生と大栗先生にもう一度拍手をお願いします。